COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 FÉVRIER 1898,

PRÉSIDENCE DE M. WOLF.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains exemples singuliers d'approximations successives.* Note de M. ÉMILE PICARD.

« 1. J'ai indiqué autrefois un exemple curieux d'approximations successives divergentes (*Journal de Mathématiques*, 1890, et *Traité d'Analyse*, t. III, p. 145). Soit l'équation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f(x, y) \tag{1}$$

où l'on suppose la fonction $f(x, y)$ toujours positive et croissante en même temps que y. Il existe une intégrale et une seule de cette équation, prenant pour $x = a$ et pour $x = b$ des valeurs données; on peut, d'ailleurs, évidemment supposer que ces valeurs sont nulles. Si l'on cherche à obtenir

cette intégrale par approximations successives, on a, en partant de $y_0 = 0$,

$$\frac{d^2 y_1}{dx^2} = f(x, 0),$$
$$\frac{d^2 y_2}{dx^2} = f(x, y_1),$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots,$$
$$\frac{d^2 y_n}{dx^2} = f(x, y_{n-1}),$$

tous les y s'annulant pour $x = a$ et pour $x = b$. On voit immédiatement que les y à indices impairs forment une suite croissante, et que les y à indices pairs forment une suite décroissante ; d'autre part, tout terme de la première suite est inférieur à un terme quelconque de la seconde. Les y à indices impairs auront donc une limite u, et il en sera de même des y à indices pairs qui auront une limite v. Il peut très bien arriver que *ces limites soient différentes* [1]. J'ai ajouté que, *si les y d'indices pairs et les y d'indices impairs tendent uniformément dans l'intervalle (a, b) vers leurs limites v* et u, celles-ci sont des fonctions de x satisfaisant aux deux équations simultanées

$$(2) \qquad \frac{d^2 u}{dx^2} = f(x, v), \qquad \frac{d^2 v}{dx^2} = f(x, u)$$

et s'annulent toutes deux pour $x = a$ et pour $x = b$. On a donc ici des approximations successives *divergentes* qui conduisent à d'autres fonctions que l'intégrale cherchée de l'équation (1).

» Je me propose de montrer que l'hypothèse soulignée plus haut sur la convergence uniforme est bien effectivement réalisée, ce qui complétera le résultat précédent. Prenons à cet effet l'équation très simple

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f(x),$$

où $f(x)$ désigne une fonction continue de x et positive dans l'intervalle (a, b), et considérons l'intégrale y de cette équation s'annulant pour $x = a$ et $x = b$. Au lieu de lui donner la forme élémentaire classique, écrivons-la avec M. Burkhardt (*Bulletin de la Société mathématique*, 1894), sous la

---

[1] J'en ai donné un exemple (*Comptes rendus*, avril 1894) et *Traité d'Analyse*, t. III, p. 147.

forme

$$y(x) = -\int_a^b G_1(x, \xi) f(\xi)\, d\xi,$$

où la fonction G_1, sorte de fonction de Green relative à l'intervalle (a, b), est définie par les égalités

$$G_1(x, \xi) = \frac{(b-x)(\xi-a)}{b-a} \qquad \text{pour } \xi < x,$$

$$G_1(x, \xi) = \frac{(b-\xi)(x-a)}{b-a} \qquad \text{pour } \xi > x.$$

» On voit facilement que si α désigne un nombre fixe entre a et b, on peut trouver un nombre positif μ dépendant uniquement de a, b et α, tel que l'on ait

$$G_1(x, \xi) < \mu G_1(\alpha, \xi)$$

quels que soient x et ξ dans l'intervalle (a, b). Il en résulte que l'on a

$$|y(x)| < \mu |y(\alpha)|.$$

» De cette remarque va résulter la démonstration de la proposition que nous avons en vue; on a, en effet,

$$\frac{d^2(y_n - y_{n-2})}{dx^2} = f(x, y_{n-1}) - f(x, y_{n-3}),$$

et, par conséquent, on conclut de la remarque précédente

$$|y_n(x) - y_{n-2}(x)| < \mu |y_n(\alpha) - y_{n-2}(\alpha)|,$$

ce qui montre clairement que, pour une même parité de n, la fonction $y_n(x)$ tend *uniformément* dans l'intervalle (a, b) vers sa limite. Les deux limites u et v sont des fonctions de x satisfaisant aux équations (2). Comme je l'ai rappelé, u peut être différent de v; la fonction y de x, s'annulant pour $x = a$ et $y = b$, et satisfaisant à l'équation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f(x, y),$$

est intermédiaire entre u et v, c'est-à-dire que l'on a

$$v > y > u.$$

» Ainsi, pour prendre un exemple, l'équation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = e^y$$

admet une intégrale unique s'annulant pour $x = a$ et $x = b$; si l'intervalle (a, b) est assez grand, cette intégrale ne coïncide pas avec les fonctions u et v, données par les approximations successives, et celles-ci satisfont aux équations

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = e^v, \qquad \frac{d^2 v}{dx^2} = e^u.$$

» 2. Dans beaucoup d'autres cas, l'emploi des approximations successives pour obtenir certaines intégrales d'une équation différentielle peut conduire à des résultats curieux; il y aurait là, ce semble, un sujet de recherches qui présenterait quelque intérêt. Pour indiquer encore une classe très simple d'équations, envisageons l'équation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + f(x, y) = 0$$

en faisant sur f les mêmes hypothèses que plus haut. Il pourra arriver ici qu'il y ait dans un intervalle (a, b) plusieurs intégrales (continues, bien entendu, ainsi que leurs dérivées) s'annulant en a et b, ou qu'il n'y en ait pas. Que donnent alors les approximations successives? Il est possible qu'elles ne convergent vers aucune limite, ou bien qu'elles tendent vers une solution ou une autre, *suivant la fonction* y_0 *que l'on prend comme première approximation*. Ainsi l'équation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + e^y = 0$$

admettra dans l'intervalle (a, b) *deux* solutions s'annulant aux extrémités de l'intervalle, si celui-ci n'est pas trop étendu, et n'en admettra pas dans le cas contraire. En faisant des approximations successives, on obtient des résultats différents suivant la nature de la fonction initiale y_0. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MM. **R. Sorel** et **A. Soret** adressent, du Havre, par l'entremise de M. Mascart, une « Note sur un cas d'éléphantiasis avec troubles nerveux, guéri après applications de rayons X ».

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un Mémoire de M. *Frederico Amodeo*, de Naples, intitulé : « Curve k-gonali di s^{esima} specie ». (Présenté par M. Haton de la Goupillière.)

ASTRONOMIE. — *Sur les masses des planètes.* Note de M. **E. Roger**, présentée par M. Jordan.

« Des trois lois récemment communiquées à l'Académie par M. Anceaux, la première est seule rigoureusement exacte; la seconde n'est qu'approchée, et la troisième est une conséquence des deux autres.

» Attribuons aux planètes Neptune, Uranus, Saturne et Jupiter les indices 0, 1, 2, 3. Désignons par M_0, M_1, M_2, 1 leurs masses respectives, par z_0, z_1, z_2, 1 l'unité divisée par les carrés des demi-grands axes de leurs orbites; les trois lois dont il s'agit se traduiront par les équations

$$M_2 = z_2, \qquad M_0 + M_1 = z_0 + z_1, \qquad M_0 + M_1 + M_2 + 1 = z_0 + z_1 + z_2 + 1.$$

La troisième équation est, comme on voit, la somme des deux autres.

» M. Anceaux estime que la raison d'être de l'*harmonie* qu'il a signalée pourrait être recherchée soit dans les conditions de stabilité du système, soit dans les circonstances qui ont présidé à la formation des planètes; il ajoute que, s'il était possible de la rattacher à cette dernière cause, cette étude ne manquerait pas sans doute d'apporter quelque lumière dans la Cosmogonie du monde solaire.

» La théorie que j'ai exposée dans mes *Recherches sur le système du monde*, et dont j'ai communiqué à l'Académie les éléments essentiels, fournit presque intuitivement une explication des lois énoncées par M. Anceaux, en même temps qu'elle suggère une loi plus générale. J'indiquerai brièvement les principes sur lesquels se fonde cette explication.

» Les potentiels qui déterminent, à des époques périodiques, la formation des planètes et celle des satellites varient à la fois dans leur énergie propre et dans la durée de leur action. Les variations de la première espèce ont introduit, dans l'expression des distances des planètes au Soleil,

certaines inégalités périodiques; de plus, elles ont influé sur la masse de chaque planète. Les variations de la seconde espèce ont exercé aussi une action sur ces masses. Par suite de cette double influence, les masses des planètes doivent dépendre de deux exponentielles c^m et $c^{-\frac{3m}{2}}$ $\left(\text{plus exactement, } c^{\frac{3m}{\pi}} \text{ et } c^{-\frac{9m}{2\pi}}\right)$, et l'on peut, en admettant que l'état physique du Soleil ne soit pas sensiblement modifié dans l'intervalle de temps que l'on considère, écrire

$$M = xc^m + yc^{\frac{m}{2}},$$

équations où z et y sont des fonctions de m qu'il est permis, entre certaines limites d'approximation, de remplacer par des constantes.

» Cela posé, deux cas essentiellement différents se présentent, selon que l'un ou l'autre des rapports $\frac{y}{x}$, $\frac{x}{y}$ est nul ou tout au moins négligeable. Dans le premier cas :

» *Les logarithmes hyperboliques des masses forment une progression arithmétique, dont la raison est l'unité.*

» Dans le second cas :

» *Les logarithmes hyperboliques des masses forment une progression arithmétique, dont la raison est* $-\frac{3}{2}$.

» La première de ces lois se vérifie pour les grosses planètes. Toutefois il existe, en ce qui concerne Uranus, une anomalie analogue à celle que présente, en un point voisin du centre de l'anneau, la distribution des planètes du groupe de Cérès. Ces anomalies s'expliquent l'une et l'autre par les mêmes considérations, le potentiel qui donne naissance à une planète influant à la fois sur la distance à laquelle se consolide le noyau de cette planète et sur sa masse, de telle sorte qu'à un accroissement de cette distance correspond une diminution de la masse, la compensation s'établissant conformément au principe de l'invariabilité du travail réalisé. [La distance d'Uranus au Soleil dépasse d'un douzième celle que lui assignerait la formule empirique $L + \frac{3m}{2\pi} - 0,3\cos\frac{m\pi}{5} = \text{const.}$ (1).]

» La seconde loi se vérifie pour les petites planètes, en admettant une

(1) *Comptes rendus*, t. CXIV, p. 945.

lacune entre Vénus et Mercure, circonstance qui confirme l'existence de cette lacune, à la place marquée par l'indice 8.

» Le Tableau suivant permet de juger du degré d'approximation de ces deux lois. Le passage de l'une à l'autre s'effectue dans la région qui s'étend entre Mars et Jupiter.

	M.	log M.	log théorique.
0. Neptune.......	16,47	2,80	2,65
1. Uranus........	13,52	2,60	3,65
2. Saturne........	91,92	4,52	4,65
3. Jupiter.........	309,82	5,74	5,65
4. »	»	»	»
5. Mars...........	0,105	—2,25	»
6. La Terre.......	1	0	0
7. Vénus..........	0,787	—1,63	—1,50
8. »	»	»	
9. Mercure........	0,061	—4,18	—4,50

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Résumé des observations solaires faites à l'observatoire royal du Collège romain pendant le deuxième semestre* 1897; par **M. P. Tacchini.**

« Rome, 30 janvier 1898.

» Voici les résultats, pour les taches et les facules :

1897.	Nombre de jours d'observation.	Fréquence relative des taches.	Fréquence relative des jours sans taches.	Grandeur relative des taches.	Grandeur relative des facules.	Nombre des groupes de taches par jour.
Juillet.......	31	8,16	0,00	31,3	66,1	2,5
Août........	28	6,42	0,00	31,1	73,8	1,6
Septembre...	28	19,43	0,00	43,9	65,4	4,7
Octobre.....	27	3,82	0,22	5,6	23,1	1,8
Novembre ...	22	2,05	0,50	4,1	73,1	0,5
Décembre....	21	8,71	0,05	42,7	75,0	2,1

» Le phénomène des taches solaires a continué à diminuer, surtout quant à l'extension, et l'on doit remarquer le fait d'un *minimum* aussi fort, en octobre et novembre, après le *maximum* de septembre; une fluctuation semblable se trouve dans la série précédente, pour les mois d'avril, mai et juin.

» Pour les protubérances, nous avons obtenu les résultats suivants :

1897.	Nombre de jours d'observation.	Protubérances. Nombre moyen.	Hauteur moyenne.	Extension moyenne.
Juillet..........	30	2,57	29″,9	1°,1
Août..........	27	3,96	36,1	1,5
Septembre......	26	5,23	37,2	1,3
Octobre........	20	4,90	37,7	1,3
Novembre......	18	4,95	39,2	1,7
Décembre.......	17	3,00	33,0	1,3

» En comparant ces nombres avec les résultats obtenus pour le premier semestre de l'année, on peut conclure que le phénomène des protubérances s'est conservé presque stationnaire.

» Quant à la distribution en latitude des différents phénomènes, voici les résultats par trimestre et par zones :

Latitudes.	Protubérances. 3e trimestre.		4e trimestre.	
90° + 80°	0,003		0,008	
80 + 70	0,006		0,004	
70 + 60	0,000		0,020	
60 + 50	0,086		0,096	
50 + 40	0,089	0,390	0,076	0,448
40 + 30	0,027		0,044	
30 + 20	0,068		0,080	
20 + 10	0,057		0,072	
10 . 0	0,054		0,048	
0 — 10	0,140		0,104	
10 — 20	0,128		0,120	
20 — 30	0,116		0,100	
30 — 40	0,030		0,032	
40 — 50	0,097	0,610	0,044	0,552
50 — 60	0,083		0,132	
60 — 70	0,012		0,016	
70 — 80	0,006		0,004	
80 — 90	0,003		0,000	

Facules.

Latitudes.	3e trimestre.		4e trimestre.	
50° + 40°	0,007		0,004	
40 + 30	0,036		0,017	
30 + 20	0,080	0,396	0,054	0,480
20 + 10	0,135		0,161	
10 . 0	0,138		0,244	
0 — 10	0,215		0,219	
10 — 20	0,236		0,128	
20 — 30	0,109	0,604	0,095	0,520
30 — 40	0,029		0,004	
40 — 50	0,015		0,004	

Taches.

Latitudes.	3e trimestre.		4e trimestre.	
20° + 10°	0,104	0,271	0,162	0,676
10 . 0	0,167		0,514	
0 — 10	0,375	0,729	0,243	0,324
10 — 20	0,354		0,081	

» Les protubérances ont continué à se manifester dans presque toutes les zones, avec un maximum de fréquence entre l'équateur et le parallèle de $-20°$; mais on doit faire remarquer que deux maxima secondaires se trouvent à la même distance de l'équateur, c'est-à-dire dans les zones $(\pm 40° \pm 60°)$. Les taches ont été confinées de l'équateur à $\pm 20°$, comme dans le deuxième trimestre.

» Dans ce semestre, on n'a pas observé d'éruptions solaires, excepté le jour du 23 novembre, au bord ouest, à la latitude $+8°,2$; on vit apparaître soudainement un jet assez vif, qui arriva à une hauteur de 168″ et qui disparut au bout de vingt minutes. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur l'extension du système décimal au jour et au cercle entiers : avantages et procédés pratiques.* Note de M. J. DE REY-PAILHADE, présentée par M. A. Cornu.

« Il y a un siècle, les immortels créateurs du Système métrique décimal divisèrent d'une part le jour entier en fractions décimales et d'autre part le quart de cercle en 100 grades. Le peu de temps accordé par la Conven-

tion à l'établissement de cette réforme et son abandon par les gouvernants qui suivirent firent échouer cette heureuse tentative. Cependant le grade a subsisté et son usage se répand de plus en plus.

» Actuellement la Science et la Navigation ont pris des développements si considérables que les propositions de la première Commission du Mètre deviennent insuffisantes : il est indispensable que les mesures du temps concordent exactement avec les mesures angulaires.

» Dans ces conditions, et au point de vue scientifique surtout, une solution paraît s'imposer, comme seule logique et rationnelle. Le jour étant l'unité naturelle de temps, il faut prendre pour unité pratique une fraction décimale de ce jour. J'ai proposé, dès 1893, le centième, que j'appelle *cé* par abréviation, qui vaut $14^m 24^s$, c'est-à-dire presque notre quart d'heure actuel. Il en résulte que l'unité pratique de grandeur angulaire est le centième de cercle, que j'appelle *cir*, valant $3°36'$ ou 4 grades. Ces unités pratiques, cé et cir, sont subdivisées décimalement en *décicés*, *centicés*, *millicés* et *dimicés*, pour le temps, et en *décicirs, centicirs, millicirs* et *dimicirs* pour les angles. Dans les calculs, l'unité de temps est indiquée par cé et les subdivisions centicés et dimicés par les signes ! et !!. L'unité d'angle, le cir, est représenté par la lettre $\varkappa$, qui rappelle la première lettre du mot grec κύκλος, et les subdivisions centicirs et dimicirs par ¡ et ¡¡.

» Les avantages d'un pareil système sont immenses. D'abord les nouvelles unités se rapprochent beaucoup des mesures actuellement en usage. Le cé vaut presque le quart d'heure, soit $14^m 24^s$, ce qui permet de trouver mentalement et avec rapidité la concordance en cés d'un temps exprimé en heures et inversement. Le décicé vaut $1^m 24^s,4$ soit $1^m \frac{1}{2}$ environ; enfin le millicé est égal à $0^s,864$. Le millicé, ou cent-millième de jour, deviendra la nouvelle unité physique de temps et, comme elle diffère peu de la seconde, les coefficients dans lesquels le temps intervient seront peu modifiés. Dans l'ordre des angles, le cir est égal à 4 grades, ce qui est très précieux ; toutes les nombreuses et belles Tables déjà calculées par le Service géographique de l'armée française serviront par une simple multiplication par 4. Le centicir vaut $2'9'',6$ et le dimicir est égal à $1'',296$.

» Le système des cés et des cirs est celui qui, à nombre égal de chiffres, donne le maximum d'approximation. Ainsi $18^h,9543$ indique le temps à moins de $\frac{0,00005}{24}$ de jour, tandis que $18^{\text{cés}},9543$ le donne à moins de $\frac{0,00005}{100}$ de jour.

» Il en est de même pour les angles. L'angle $198°,9927$ est indiqué à moins de $\frac{0,00005}{360}$ de cercle, tandis que l'angle correspondant $55^{\varkappa},27575$ le donne à moins de $\frac{0,000005}{100}$.

» Ce système est le seul permettant d'inscrire, par un seul et même nombre décimal, le temps et la date. Ainsi : novembre $2565^{\text{cés}},3$ veut dire le 25 novembre à $65^{\text{cés}},3$. Cette manière, en usage dans la *Connaissance des Temps* pour l'indication de la longitude des principaux observatoires, a été employée déjà plusieurs fois, notamment par le regretté Tisserand (*Comptes rendus*, t. CXXII, p. 647) et par MM. Aitken et Schæberle, astronomes à l'observatoire Lick (*Bull. Soc. astronomique de France*, année 1897, p. 45). Les astronomes, les navigateurs, les mécaniciens et les commerçants, qui font des calculs embrassant plusieurs jours ou plusieurs circonférences, trouveront d'autant plus d'avantages dans cette notation que les Cartes célestes et géographiques donneront les longitudes en cés ou en cirs sans faire même un changement de place de virgule.

» J'ai l'honneur de présenter à l'Académie diverses Tables et un Recueil de formules pratiques pour l'Astronomie, la Géographie, la Mécanique et la Physique, qui forment un ensemble permettant d'employer immédiatement ce système. On y trouvera une grande Table pour transformer rapidement les heures et les degrés, jusqu'au dixième de seconde, au moyen d'une addition de deux nombres ; une Table de réfraction moyenne; des Tables de conversion du temps sidéral décimal en temps moyen décimal ; des Tables pour passer de la variation horaire sexagésimale à la variation décimale pour 1 cé; une Table des levers et des couchers du Soleil à Paris, en temps décimal, etc., etc.

» L'adoption du cent-millième de jour ou millicé, pour unité physique de temps, changera peu les coefficients dans lesquels le temps intervient. Les coefficients principaux ont déjà été calculés et figurent dans ce Mémoire. On doit à M. de Mendizabal-Tamborrel une belle Table des logarithmes des fonctions circulaires dans le système décimal du cercle entier à sept et huit décimales, de dimicir en dimicir, soit de 1″,296 en 1″,296. Les nombreuses Cartes graduées en grades donneront à vue les longitudes et les latitudes en cirs, par une division par 4; en tous cas, il suffira d'inscrire les cirs sur la marge pour avoir des Cartes pouvant servir aux partisans de l'un et de l'autre système. Enfin, l'industrie horlogère fabrique couramment des montres à double graduation, à double cadran, des chronomètres décimaux battant deux fois par millicé. Les constructeurs de cercles divisés graduent leurs appareils en cirs aussi facilement qu'en grades. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les fonctions abéliennes singulières*. Note de M. G. **Humbert**, présentée par M. Jordan.

« J'appelle *fonctions abéliennes singulières* les fonctions quadruplement périodiques de deux variables dont les périodes

$$\begin{matrix} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & b & c \end{matrix}$$

sont liées par une relation de la forme

$$(1) \qquad Aa + Bb + Cc + D(b^2 - ac) + E = 0,$$

à coefficients entiers. J'ai énoncé, dans une Note précédente, cette proposition fondamentale que la quantité (toujours positive)

$$\Delta = B^2 - 4AC - 4DE$$

est un invariant pour toutes les transformations du premier ordre, et aussi que si Δ est un carré parfait, $\Delta = n^2$, la courbe de genre deux liée aux fonctions considérées a deux intégrales de première espèce réductibles aux intégrales elliptiques : je complète ce dernier résultat en ajoutant que n est l'ordre de la transformation correspondante.

» Le déterminant Δ étant positif et égal à $4h$ ou à $4h+1$, ses valeurs les plus simples sont 1, 4, 5, 8 et 9; le cas de $\Delta = 1$ correspond à des fonctions abéliennes dégénérées; $\Delta = 4$ et $\Delta = 9$ donnent deux cas elliptiques bien connus, dont le premier répond à la surface de Kummer dite *tétraédroïde*. Voici comment on peut former *l'équation aux modules* relative aux deux autres cas.

» Soit d'abord $\Delta = 5$. En faisant usage de résultats énoncés dans ma dernière Note, j'établis que la surface de Kummer correspondante admet une cubique gauche, passant par six points doubles, $d_1, \ldots, d_6$.

» Soient $P_1, P_2, \ldots, P_6$ les traces sur un plan P quelconque des six plans singuliers de la surface qui passent par d_1 : en projetant la cubique sur P, à partir de ce point, on obtient une conique, tangente à la droite P_6 et circonscrite au pentagone $P_1P_2P_3P_4P_5$. Si l'on transforme ce résultat

par polaires réciproques, on établit que la condition nécessaire et suffisante pour que la relation (1) ait lieu, avec $\Delta = 5$, est la suivante :

» *Les six points doubles situés sur une même conique de la surface de Kummer répondant à $\Delta = 5$ sont tels qu'il existe une conique passant par l'un d'eux et inscrite au pentagone formé par les cinq autres.*

» Il est aisé de la traduire analytiquement. On trouve ainsi que le radical $\sqrt{(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)(x-a_4)(x-a_5)}$ conduit à des fonctions abéliennes singulières correspondant au cas de $\Delta = 5$, si l'on a

$$\begin{aligned}&\sqrt{(a_1-a_3)(a_2-a_4)(a_2-a_5)(a_4-a_5)}\\ &+\sqrt{(a_1-a_2)(a_3-a_5)(a_1-a_5)(a_3-a_4)}\\ &+\sqrt{(a_1-a_4)(a_3-a_2)(a_1-a_5)(a_3-a_4)}=0.\end{aligned}$$

» On a supposé, pour former cette relation, que les sommets du pentagone se suivent dans l'ordre $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$, et que le sixième point double est celui qui correspond à $x = \infty$.

» De là se déduit ce théorème élémentaire, qu'il est intéressant de rattacher aux fonctions abéliennes :

» *Soient α, β, γ, δ, ε, ζ six points d'une conique : s'il existe une conique passant par ζ et inscrite au pentagone dont les sommets successifs sont $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$, il existera une autre conique passant par α et inscrite au pentagone dont les sommets successifs sont $\zeta\gamma\beta\varepsilon\delta$.*

» Soit maintenant $\Delta = 8$. On établit qu'il y a, sur la surface de Kummer correspondante, une quartique unicursale, ayant pour point double un point double de la surface, et passant par quatre autres points doubles. En projetant à partir du premier, on arrive, comme plus haut, à ce résultat :

» *Les six points doubles situés sur une même conique de la surface de Kummer répondant à $\Delta = 8$ sont tels qu'il existe une conique passant par deux d'entre eux et inscrite au quadrilatère formé par les quatre autres.*

» Analytiquement, on en conclut que le radical

$$\sqrt{x(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)(x-a_4)}$$

conduit à des fonctions abéliennes singulières correspondant au cas de $\Delta = 8$, si l'on a

$$\begin{aligned}&4a_1a_2a_3a_4[(a_1+a_3)(a_2+a_4)-2a_1a_3-2a_2a_4]^2\\ &\qquad-(a_2-a_4)^2(a_1-a_3)^2(a_1a_3+a_2a_4)^2=0.\end{aligned}$$

» On a supposé que les deux points doubles par lesquels passe la conique correspondent à $x = 0$ et $x = \infty$, et que les sommets du quadrilatère se suivent dans l'ordre $a_1 a_2 a_3 a_4$.

» Je rapprocherai de ces résultats une proposition que j'ai établie antérieurement :

» *Pour qu'une surface de Kummer corresponde au cas (elliptique) de $\Delta = 9$, il faut et il suffit que les six points doubles situés sur une même conique soient tels qu'il existe une conique passant par trois d'entre eux et inscrite au triangle formé par les trois autres.*

» Les cas de $\Delta = 5$ et $\Delta = 8$ présentent cette particularité que les formes quadratiques correspondantes, introduites dans ma dernière Note,

$$l^2 - lk - k^2 \quad \text{et} \quad l^2 - 2k^2$$

peuvent représenter le nombre -1.

» Il en résulte, pour les surfaces de Kummer, des transformations birationnelles qui n'ont pas lieu dans le cas général de la relation (1).

» Ainsi, dans le cas de $\Delta = 5$, c'est-à-dire si $a + b - c = 0$, on a la transformation

$$U = v, \qquad V = u + v \tag{2}$$

de déterminant -1, tandis que les transformations ordinaires sont (à cause d'une propriété de l'équation de Pell) des puissances de la transformation

$$U = u + v, \qquad V = u + 2v$$

de déterminant $+1$. D'ailleurs le carré de la première donnant la seconde, toutes les transformations birationnelles sont encore des puissances d'une même transformation (2). On a un résultat analogue pour $\Delta = 8$.

» Si les périodes vérifient deux relations telles que (1), la surface admettra un groupe de transformations dépendant de deux entiers, et elle ne sera pas nécessairement elliptique; mais s'il existe trois relations (1), elle sera elliptique et les modules des deux intégrales elliptiques correspondantes seront des modules de multiplication complexe. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques algorithmes généraux et sur l'itération.* Note de M. LÉMERAY.

« Dans un Mémoire paru dans les *Annales de l'École Normale* en 1885, M. Kœnigs montre que, x étant un point-limite de la substitution z, φz,

où φz est supposée holomorphe au voisinage de x et telle que $\varphi' x$ ait un module plus petit que 1, la fonction

$$\mathrm{B}z = \lim \frac{\varphi_p z - x}{[\varphi' x]^p}, \qquad \text{pour } p \text{ infini}$$

est solution de l'équation de M. Schröder

$$\Xi \varphi z = a \Xi z$$

et que la fonction

$$bz = \log_a \mathrm{B}z$$

est solution de l'équation d'Abel

$$\xi \varphi z = 1 + \xi z,$$

où ξ est la fonction inconnue; on sait que la résolution de cette équation répond au problème de l'itération.

» Je me place au point de vue qui consiste à considérer les itératives de φz comme fonctions de l'indice d'itération; en posant $\varphi_m z = \Phi(m, z)$; remplaçant z par une valeur initiale arbitraire y_0 et notant l'indice d'itération z au lieu de m, la fonction φz donne naissance à la fonction Φz que l'on peut appeler son *itérée*. Considérons le cas de deux variables α et z, et soit la fonction

(1) $$y = \Phi(\alpha, z; y_0);$$

z est la lettre sur laquelle s'opèrent les substitutions.

» Pour désigner certains algorithmes j'emploierai des termes usuels en y adjoignant une lettre spéciale, le même terme pouvant servir à désigner deux fonctions générales distinctes. Appelons

y la puissance P $z^{\text{ième}}$ de α,
α la racine R $z^{\text{ième}}$ de y,
z le logarithme L de y dans le système de base α;
l'initial y_0 est toujours supposé avoir une valeur déterminée.

» Posons

$$u = \Phi(\alpha, z), \qquad v = \Phi(\alpha, z_1),$$

l'initial étant supposé égal à 1. Appelons

produit M de u par v l'expression (1), où y_0 est remplacé par $\Phi(\alpha, z_1)$;
puissance p $m^{\text{ième}}$ de u, le produit M de m termes égaux à u et que je noterai w;

racine r $m^{\text{ième}}$ de w, la quantité u;
logarithme l de w dans le système de base u la quantité m.

» Or, on a le théorème d'addition

$$\Phi[\alpha, (z + z_1)] = \Phi(\alpha, z; u);$$

on en tire des théorèmes de multiplication, de division de l'argument; et l'on arrive aux propositions suivantes.

» $\Phi(\alpha, mz)$ est la puissance p $m^{\text{ième}}$ de $\Phi(\alpha, z)$;

» $\Phi\left(\alpha, \frac{z}{m}\right)$ est la racine r $m^{\text{ième}}$ de $\Phi(\alpha, z)$; c'est la signification de l'indice d'itération fractionnaire.

» Le logarithme L d'un produit M est la somme des logarithmes L des deux termes; théorème duquel on tire des propriétés dont celles du logarithme ordinaire sont des cas particuliers; on arrive par exemple à celle-ci : la base des puissances P étant toujours α, on peut passer d'un système de logarithmes l à un autre système de logarithmes l en multipliant ceux du premier système par le rapport des deux logarithmes L des bases du premier et du second système.

» Les propriétés réunies des deux fonctions L et l correspondent à celles du logarithme ordinaire.

» Le logarithme L a encore une propriété qui découle facilement de sa définition, et qui est la suivante : la fonction b de M. Kœnigs est la différence de deux logarithmes L. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces qui admettent un groupe infini discontinu de transformations birationnelles*. Note de M. **P. Painlevé**, présentée par M. Picard.

« Les transformations birationnelles d'une surface algébrique en elle-même forment toujours un groupe. Pour les courbes, ce groupe est ou discontinu et fini, ou continu. En est-il de même pour les surfaces? Autrement dit, *existe-t-il des surfaces algébriques qui admettent une infinité discontinue de transformations birationnelles en elles-mêmes, sans admettre de transformations continues?*

» Cette question vient d'être résolue de la façon la plus élégante par M. Humbert (*Comptes rendus*, 30 janvier 1897), qui a montré incidemment

que certaines surfaces de Kummer non dégénérées admettent, comme groupe de transformations birationnelles, un groupe infini discontinu. Je voudrais former directement ici un exemple plus simple encore qui jouit de la même propriété.

» Il suffit de considérer la surface

$$\text{(S)} \qquad z^2 = \frac{4x^3 - g_2 x - g_3}{4y^3 - g_2 y - g_3},$$

où g_2, g_3 sont des constantes numériques. Les coordonnées x, y, z d'un point M de cette surface se laissent mettre sous la forme

$$\text{(1)} \qquad x = p(u), \qquad y = p(v), \qquad z = \frac{p'(u)}{p'(v)}.$$

» A un point M de S correspondent deux systèmes (non congruents) de valeurs de (u, v), à savoir les systèmes (u, v) et $(-u, -v)$. La transformation $u_1 = u + v$, $v_1 = v$ définit évidemment une transformation birationnelle de S, de même que la transformation $u_2 = u$, $v_2 = v + u$; la surface S admet donc le groupe infini discontinu de transformations birationnelles défini par les égalités

$$\text{(T)} \qquad u_1 = mu + nv, \qquad v_1 = m'u + n'v \qquad (mn' - m'n = \pm 1),$$

m, n, m', n' étant des entiers (1). Elle renferme, de plus, une infinité discontinue de courbes unicursales Γ [(transformées d'une d'entre elles, soit $u = v$, par les transformations (T)] : le degré de ces courbes dépasse toute limite.

» D'autre part, (S) n'admet pas de transformations birationnelles τ dépendant d'une constante arbitraire. En effet, S est de genre $p = 1$, car elle possède l'intégrale double de première espèce $\int\int du\,dv$; S ne saurait donc contenir une infinité continue d'unicursales ; par suite, s'il existait une

(1) La surface S, si g_2, g_3 sont quelconques, admet en outre les transformations birationnelles

$$u_1 = u + \omega, \qquad v_1 = v + \omega' \qquad \begin{bmatrix} \omega = 0, \omega_1, \omega_2, \omega_3 \\ \omega' = 0, \omega_1, \omega_2, \omega_3 \end{bmatrix}$$

qui, combinées avec T, épuisent *toutes* les transformations de S. Si $g_2 = 0$, il faut ajouter aux transformations précédentes les transformations

$$u_1 = \varepsilon u, \qquad v_1 = \eta v \qquad \begin{bmatrix} \varepsilon^3 = 1 \\ \eta^3 = 1 \end{bmatrix},$$

et, si $g_3 = 0$, les transformations $u = \pm i u_1$, $v_1 = \pm i v$.

transformation τ, cette transformation *conserverait* chaque unicursale Γ; mais les courbes que conserve τ sont de degré *limité*. D'où contradiction.

» *Le groupe des transformations birationnelles de la surface* S *en elle-même est donc infini et discontinu.*

» L'exemple S est le plus simple qu'on puisse former. On obtient des types analogues en posant

$$x = p(u), \qquad y = p_1(v), \qquad z = \frac{p'(u)}{p'_1(v)},$$

où les fonctions p, p_1 ont un parallélogramme commun de période (non primitif).

» Les surfaces précédentes correspondent birationnellement à une surface de Kummer *dégénérée*. Voici des exemples d'un autre type. Considérons les trois surfaces :

$$(S_1)\begin{cases} z^3 = \dfrac{1-x^2}{1-y^2}, \\ \text{ou} \\ x = p'(u), \quad y = p'(v), \quad z = \dfrac{p(u)}{p(v)} \quad (g_2 = 0,\ g_3 = 1); \end{cases}$$

$$(S_2)\begin{cases} z^4 = \dfrac{(1-x^2)}{1-y^2}, \\ \text{ou} \\ x = \operatorname{cn} u \operatorname{dn} u, \quad y = \operatorname{cn} v \operatorname{dn} v, \quad z = \dfrac{\operatorname{sn} u}{\operatorname{sn} v} \quad (k^2 = -1); \end{cases}$$

$$(S_3)\begin{cases} z^6 = \dfrac{(x+1)^3 y^2}{x^2(y+1)^3}, \\ \text{ou} \\ x = 4p^3(u), \quad p = 4p^3(v), \quad z = \dfrac{p'(u)\,p(v)}{p(u)\,p'(v)} \\ (g_2 = 0,\ g_3 = 1). \end{cases}$$

» A chaque point x, y, z de S_1 correspondent les *trois* couples (u, v), $(\varepsilon u, \varepsilon v)$, $(\varepsilon^2 u, \varepsilon^2 v)$, où ε est racine cubique de l'unité. A chaque point de S_2 correspondent les *quatre couples*

$$(u, v), \quad (iu, iv), \quad (-u, -v) \quad \text{et} \quad (-iu, -iv).$$

Enfin à chaque point de S_3 correspondent les *six couples* (u, v), $(\varepsilon u, \varepsilon v)$, $(\varepsilon^2 u, \varepsilon^2 v)$, $(-u, -v)$, $(-\varepsilon u, -\varepsilon v)$, $(-\varepsilon^2 u, -\varepsilon^2 v)$. Ces surfaces admet-

tent le groupe infini discontinu de transformations birationnelles définies par (T), sans admettre de transformation continue.

» On est amené ainsi à se poser la question suivante : 1° déterminer toutes les surfaces dont les coordonnées sont des fonctions hyperelliptiques de deux paramètres (u, v) telles qu'à un point de la surface correspondent *plusieurs* couples (u, v) non congruents (ces couples se déduisant d'un d'entre eux par une transformation linéaire); 2° parmi ces surfaces, déterminer celles qui admettent un groupe infini discontinu de transformations birationnelles.

» *Si le nombre des couples* (u, v) *est égal à* 2, la surface est une transformée birationnelle d'une surface de Kummer [1]. *S'il est supérieur à* 2, les fonctions hyperelliptiques dégénèrent nécessairement en *fonctions elliptiques correspondant aux modules* $(g_2 = 0, g_3 = 1)$ *ou* $(g_2 = 1, g_3 = 0)$, et les surfaces sont des transformées birationnelles des surfaces S_1, S_2, S_3 ou de surfaces analogues, faciles à énumérer. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Déformation des métaux (essai d'une théorie).* Note de M. **Mesnager**, présentée par M. A. Cornu.

« Lorsque les métaux ferreux subissent une déformation permanente, à la surface apparaissent des rides qui ont été quelquefois désignées sous le nom de *lignes de Luders*. En 1894, M. le chef d'escadron Hartmann constata que le phénomène se produisait avec tous les métaux et établit les lois suivantes :

» 1° *Au moment où la limite d'élasticité est dépassée,* il se produit généralement à la surface deux systèmes de courbes. Les lignes du premier système font avec celles du second des angles constants, *différents d'un droit,* indépendants de la température, mais variables avec la nature du corps. Il peut se produire également un troisième système de lignes, dirigé suivant la bissectrice de l'angle des deux premiers.

» 2° *Au-dessous comme au-dessus de la limite d'élasticité* quand un corps est soumis à des efforts, une attaque par un acide étendu fait apparaître des lignes semblablement disposées et présentant les mêmes angles. Si les efforts cessent, l'attaque par l'acide redevient uniforme.

» 3° Les lignes des deux premiers systèmes sont, dans les cas où il a été

---

(1) Ce résultat a déjà été obtenu par M. G. Humbert.

possible de le vérifier, bissectées par la direction de la plus grande tension principale et cette loi semble générale [1].

» L'examen des pièces déformées nous a montré que la formation de ces lignes est accompagnée d'un glissement sur des éléments normaux aux surfaces extérieures. Donc, tant au-dessous qu'au-dessus de la limite d'élasticité, la tendance à la déformation par glissement est maxima dans des directions non *perpendiculaires*.

» La résistance tangentielle n'a donc pas la même valeur limite dans toutes les directions à partir d'un point. Car l'effort tangentiel résultant des efforts extérieurs est maximum dans des plans passant par l'axe de l'ellipsoïde des forces (d'élasticité de Lamé) correspondant à l'effort principal moyen et *également inclinés* sur les axes correspondant au plus grand et au plus petit effort.

» D'autre part, la coïncidence constante des directions d'attaque maxima par l'acide avec celles des glissements prouve que cette attaque est maxima là où la différence entre la limite des efforts tangentiels résistants et la résultante tangentielle des efforts extérieurs présentent la plus petite différence.

» Soit l'ellipsoïde de Lamé réduit à une droite représentant une tension positive ν_z, φ l'angle de la normale à l'élément considéré avec la direction de cette force; on a pour effort tangentiel sur l'élément $\tau = \nu_z \sin\varphi \cos\varphi$ et pour effort normal $\nu = \nu_z \cos^2\varphi$. Je puis exprimer la résistance tangentielle en fonction de cet effort normal. La condition d'équilibre sera

$$(1) \qquad \psi(\nu_z \cos^2\varphi) - \nu_z \sin\varphi \cos\varphi \geqq 0,$$

ψ étant une fonction inconnue à déterminer. En égalant à zéro la dérivée dans laquelle on a substitué à φ la valeur φ' du minimum fixe, il vient identiquement

$$\psi' \cos^2\varphi(\nu_z \cos^2\varphi) = -\nu_z \cot 2\varphi';$$

ce qui exige

$$\psi(\nu \cos^2\varphi) = -\nu_z \cos^2\varphi \cot 2\varphi' + C.$$

Posant $\cot 2\varphi' = f$ et $C = \pi f$, l'équation (1) devient $(\pi - \nu)f - \tau \geqq 0$. π est, selon toute probabilité, la résultante des attractions internes qui applique les deux portions du solide l'une sur l'autre et s'opposent à leur séparation. C'est la résistance à la rupture.

---

[1] *Comptes rendus*, 5 mars 1894, et brochure. Berger-Levrault et Cie; 1896.

» Dans le cas de compression on trouve même valeur absolue de f.

» D'après ces formules, dans le cas d'une tension uniforme, les normales aux plans de rupture par glissement devraient former autour de la direction de la tension un cône de révolution d'angle au sommet φ'; dans le cas d'une compression d'angle au sommet $\frac{\pi}{2} - \varphi'$. Les glissements se produisent seulement dans les plans qui en même temps satisfont aux conditions de stabilité minima dans la couche superficielle et à l'intérieur.

» On peut conclure de ces expériences que la limite des efforts tangentiels résistants a, dans les métaux, la même forme que le frottement de glissement extérieur. On peut donc assimiler la résistance au glissement interne à un *frottement*.

» Ces résultats se généralisent facilement pour un ellipsoïde d'élasticité de forme quelconque en le considérant comme formé par la superposition de deux ellipsoïdes réduits à des droites et une sphère. Les glissements doivent se produire dans les plans passant par l'axe correspondant à l'effort moyen et faisant, avec l'axe correspondant à la plus petite tension, l'angle φ'.

» En outre : 1° La rupture par glissement précède toujours la rupture par arrachement, car avec $\nu_z > \nu_y > \nu_x$ on trouve au moment du glissement

$$\pi = \frac{\nu_z + \nu_x}{2} + \frac{\nu_z - \nu_x}{2} \frac{\sqrt{1+f^2}}{f} \qquad \text{toujours} < \nu_z;$$

» 2° La limite d'élasticité à la compression est à la limite d'élasticité à l'extension dans le rapport $\frac{\sqrt{1+f^2}+f}{\sqrt{1+f^2}-f}$;

» 3° La grandeur de l'axe moyen de l'ellipsoïde d'élasticité est sans influence sur la limite des déformations permanentes;

» 4° On s'explique que le coefficient de contraction latérale, conformément aux déterminations expérimentales, peut dans les solides s'approcher de 0,5, puisqu'il provient en partie de glissements élastiques (les glissements donnent 0,5 puisque le volume ne change pas). Dans la déformation permanente, fréquemment le volume ne change pas.

» Les valeurs du coefficient de frottement interne sont pour les métaux, d'après les expériences de M. Hartmann : pour le ferro-nickel, le zinc, le maillechort, 0,84; pour le platine, l'étain, 0,78; pour l'acier à ressort trempé, 0,73; pour le cuivre rouge, 0,67; pour l'argent, 0,62; pour l'acier à ressort recuit, 0,49; pour le plomb, 0,29. »

PHYSIQUE. — *Mesure directe de la période des oscillations hertziennes.* Note de M. L. **Décombe** [1], présentée par M. Lippmann.

« A cause de son extrême petitesse, la période d'un excitateur électrique a été jusqu'ici regardée comme n'étant pas susceptible de mesure directe. On la déterminait par le calcul au moyen de la formule

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

qui résulte de la théorie de Thomson; on remplaçait C dans cette formule soit par la valeur théorique de la capacité (*excitateur de Hertz*), soit par sa valeur expérimentale déterminée par l'une des méthodes connues, celle de Maxwell par exemple (*excitateur de M. Blondlot*); quant à la self-induction, on la déduisait de la formule de Neumann

$$\int \frac{\cos\varepsilon\, ds\, ds'}{r}.$$

» Il était cependant utile de chercher à obtenir une valeur purement expérimentale de la période.

» Déjà, en 1863, Feddersen [2] avait réussi, en dilatant par la rotation d'un miroir concave l'image de l'étincelle explosive d'une bouteille de Leyde, à mettre en évidence le caractère oscillatoire de la décharge. Les bords de l'image dilatée présentaient des alternances lumineuses très nettes qui correspondaient aux oscillations du courant.

» Le phénomène pouvait être fixé sur une plaque sensible. De l'étendue d'une alternance lumineuse mesurée avec soin on pouvait alors déduire la période de l'oscillation, une fois connues la vitesse de rotation du miroir et sa distance f à la plaque sensible.

» Les oscillations étudiées par Feddersen avaient des périodes comprises entre $\frac{1}{20000}$ et $\frac{1}{400000}$ de seconde [3]. Je me suis proposé d'appliquer la même méthode aux très rapides oscillations découvertes par Hertz en 1887.

» *A priori*, cette application de la méthode du miroir tournant à de si courtes oscillations pouvait paraître présenter de sérieuses difficultés;

---

(1) Ce Travail a été fait dans la galerie de 60m du laboratoire des Recherches physiques.

(2) Feddersen, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LXXIX, p. 178; 1863.

(3) Sauf deux qui avaient respectivement pour valeurs $0^s,00000240$ et $0^s,00000132$.

celles-ci, cependant, ne semblaient pas insurmontables, étant donnés les progrès réalisés depuis Feddersen par la Science photographique. La découverte du gélatinobromure d'argent a permis, en effet, d'obtenir des émulsions d'une sensibilité presque illimitée.

» Ces prévisions ont été confirmées par l'expérience.

» J'ai pu fixer sur la plaque au gélatinobromure des oscillations dont la durée est inférieure à $\frac{1}{5\,000\,000}$ de seconde [1].

» L'objet de la présente Note est de décrire sommairement les conditions d'expérience qui ont permis ce résultat.

» *Principe.* — Pour que le phénomène oscillatoire puisse être analysé par la rotation du miroir, il faut que l'image de l'étincelle se déplace sur la plaque d'une quantité au moins égale à sa propre largeur δ' pendant la durée d'une demi-oscillation.

» La réalisation de cette condition dépend à la fois de la vitesse angulaire ω du miroir et du rapport $\frac{\delta'}{f}$.

» Pour de très courtes oscillations, il faudra prendre ω très grand et $\frac{\delta'}{f}$ très petit.

» On ne peut pas augmenter indéfiniment la vitesse du miroir; la plus grande valeur qu'elle puisse atteindre est déterminée par la résistance mécanique à la rupture des pièces tournantes. Pratiquement, et par mesure de précaution, on donnera à ω une valeur ω_1 sensiblement inférieure à cette valeur critique.

» Pour réduire $\frac{\delta'}{f}$ j'ai employé le dispositif suivant :

» L'étincelle explosive est située dans le plan focal d'une lentille collimatrice de foyer F. Les rayons parallèles qui émanent de cette lentille tombent sur le miroir tournant (qui est concave) et viennent former leur image dans le plan focal de celui-ci.

» Si nous désignons par δ la largeur du trait de feu qui constitue l'étincelle explosive, nous avons

(1) $$\frac{\delta'}{f} = \frac{\delta}{F}.$$

---

[1] C'est en 1894 que j'ai soumis l'idée de ces expériences à M. le professeur Lippmann; diverses circonstances indépendantes de ma volonté ne m'ont pas permis de les réaliser aussitôt. Je suis donc obligé de signaler deux Travaux parus depuis cette époque et relatifs au même sujet. Le premier, publié en 1895 (*Phil. Mag.*, 5e série, vol. XL, n° 243), a été exécuté au laboratoire de Physique de Jefferson (Cambridge, U. S.) par MM. John Trowbridge et William Duane, qui ont pu photographier des oscillations du même ordre de grandeur $\left(\frac{1}{5 \times 10^6}\right)$. Le deuxième, effectué par M. Clarence Saunders, au laboratoire de l'Université de Clark, ne comporte que l'étude d'oscillations environ vingt fois moins rapides (*Physical Review*, sept.-oct. 1896).

» On peut toujours prendre F assez grand pour que $\frac{\delta'}{f}$ soit aussi petit que l'on veut, et cela, *sans affaiblir l'intensité lumineuse de l'image,* car si, d'un côté, la quantité de rayons qui contribuent à former cette image est proportionnelle à $\frac{1}{F^2}$, d'un autre côté, sa surface varie proportionnellement au carré de δ', c'est-à-dire à $\frac{1}{F^2}$, puisque l'on a, à cause de (1),

$$\delta'^2 = \delta^2 f^2 \times \frac{1}{F^2}.$$

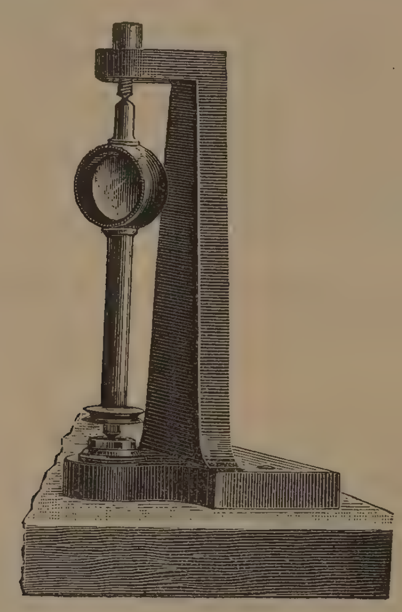
» L'éclairement de l'image par unité de surface est donc indépendant de F.

» On vérifie aussi aisément la proposition suivante :

» On peut, *sans altérer le rapport* $\frac{\delta'}{f}$, rendre l'éclairement de l'image aussi grand qu'on le désire en diminuant suffisamment la distance focale du miroir.

» Ces considérations permettent de fixer les conditions de l'expérience : on prendra une lentille collimatrice d'assez long foyer pour que la dissociation soit possible; en même temps on donnera au miroir une distance focale assez faible pour que l'image de l'étincelle soit capable d'impressionner une plaque sensible.

» *Appareil* (¹). — L'appareil tournant dont je me suis servi a été construit par Froment.



» Il est essentiellement formé d'une monture d'acier portée par un axe vertical de même métal.

(¹) Cet appareil a été très obligeamment mis à ma disposition par M. Benoist, professeur de Physique au lycée Henri IV.

» Le miroir est en verre épais de 3^{mm} environ [1]. Il est maintenu dans la monture par deux bagues formant écrou. Sa face concave est argentée; l'autre face est plane et recouverte d'un vernis noir. Une petite poulie de laiton, *chaussée* sur l'axe, transmet à celui-ci la rotation qu'elle reçoit.

» La vitesse du miroir, que l'on déduit de la hauteur du *son d'axe*, peut atteindre des valeurs considérables. Elle était généralement comprise entre 400 et 500 tours par seconde.

» Le mouvement était produit par un moteur électrique Limb, à induit denté, d'une puissance nominale de 440 watts et excité en dérivation [2].

» *Résultats*. — Lorsque l'épreuve est bonne et que la période n'est pas trop petite, on peut distinguer très nettement les oscillations à la simple vue. Leur mesure se fait à la machine à diviser.

» Le nombre d'oscillations que présente une seule étincelle dépend, pour une période donnée, de la capacité de l'excitateur. On a pu en compter jusqu'à quatorze dans la même décharge.

» Ces expériences confirment évidemment la théorie de MM. Poincaré et Bjerknes, d'après laquelle l'excitateur n'émet que des radiations d'une seule longueur d'onde. »

PHYSIQUE. — *Émission de rayons secondaires par l'air sous l'influence des rayons* X. Note de M. G. Sagnac [3], présentée par M. Lippmann [4].

« Les rayons secondaires que j'ai obtenus en transformant les rayons X par l'action de divers corps solides se produisent à la fois dans une couche de matière adjacente à la surface d'entrée des rayons X et dans une seconde couche adjacente à la surface de sortie (*Comptes rendus* du 7 février).

» L'épaisseur de chaque couche active augmente avec la transparence du corps pour les rayons X et pour les rayons secondaires. Restreinte à un demi-micron quand les rayons X sont transformés par l'or, l'épaisseur de chaque couche active est de plus de 1^{mm}, soit au moins deux mille fois plus grande, dans le cas de l'aluminium.

» Enfin, les deux couches actives se prolongent et se recouvrent dans la

---

(1) Il est dû à l'habileté bien connue de M. Werlein.

(2) Ce moteur m'a été gracieusement prêté par MM. Gindre frères et Cie, constructeurs à Lyon.

(3) Voir les *Comptes rendus* du 19 juillet, du 26 juillet et du 6 décembre 1897, du 3 janvier et du 7 février 1898.

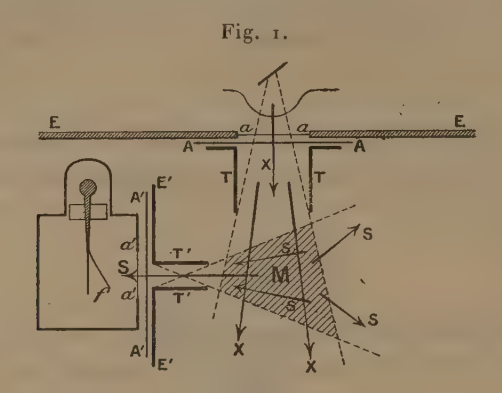
(4) Travail fait au laboratoire de M. Bouty, à la Sorbonne.

masse entière du corps actif, si celui-ci est d'une très grande transparence. C'est le cas de l'air atmosphérique.

» Dans mes expériences antérieures sur la transformation des rayons X par transmission (*loc. cit.*), le platinocyanure de baryum, le gélatinobromure d'argent ou l'électroscope décèlent encore une dissémination appréciable des rayons X lorsqu'on éloigne tous les corps ([1]) qui disséminaient des rayons derrière l'écran de plomb. Cette action résiduelle est due à l'air.

» En limitant les rayons X par un tube métallique T et en canalisant les rayons disséminés par un second tube opaque T′ (*fig.* 1), on constate que la région M de

Fig. 1.



l'atmosphère, vue à la fois de la source de rayons X et de l'intérieur de l'électroscope, est une véritable source qui rayonne en tous sens, par exemple à angle droit des rayons X incidents. On supprime naturellement le phénomène en fermant l'entrée du tube T par un écran susceptible d'arrêter les rayons.

» L'expérience précédente est complètement analogue aux expériences que j'ai antérieurement décrites au sujet des rayons secondaires émis par différents corps solides. Il devient alors extrêmement probable, comme je l'avais annoncé (*Comptes rendus* du 19 juillet 1897), que les différents gaz, et, en particulier, l'air atmosphérique, transforment les rayons X en rayons secondaires d'une nature différente, aussi bien que le font les divers corps solides. La transformation paraît bien moins profonde avec l'air qu'avec le zinc, par exemple. Mais j'ai cependant constaté qu'une même feuille d'aluminium, disposée en AA puis en A′A′ de manière à filtrer les rayons X

([1]) Au sujet des deux premiers modes d'action des rayons disséminés par l'air, voir : W.-C. Röntgen, *Sitzungsberichte der Berl. Ak.*, mai 1897; G. Sagnac, *Comptes rendus*, t. CXXV, p. 168; P. Villard, *Comptes rendus*, t. CXXV, p. 232.

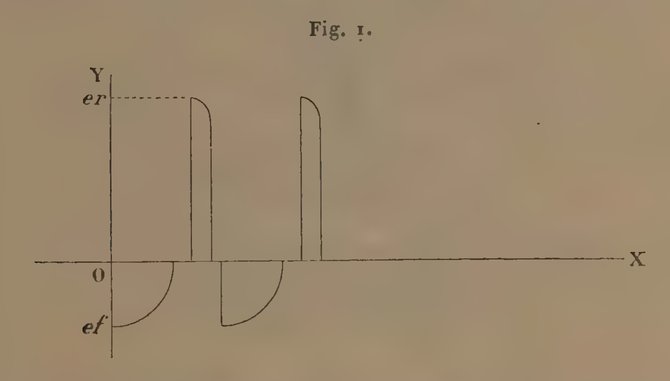
puis les rayons secondaires de l'air, affaiblit davantage la rapidité de décharge de l'électroscope dans le second cas ([1]); autrement dit, les rayons secondaires de l'air sont moins pénétrants que les rayons X, dont ils sont la transformation.

» Le phénomène d'émission secondaire de l'air n'est pas analogue à la diffraction de la lumière par la fumée de tabac; mais il est, dans une certaine mesure, comparable à l'émission en tous sens qui prend naissance sur tout le trajet d'un faisceau lumineux dans un liquide qui renferme une petite quantité de fluorescéine ou de toute autre matière luminescente. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un nouvel interrupteur pour les bobines d'induction.* Note de M. V. Crémieu, présentée par M. Lippmann.

« Par suite du fonctionnement des interrupteurs usités dans les bobines de Ruhmkorff, les forces électromotrices induites, de sens inverse, ne sont pas égales en valeur absolue; on peut les représenter par la courbe (*fig.* 1)

Fig. 1.



dans laquelle er désigne la force électromotrice induite à la rupture du circuit primaire, ef celle qui est induite à la fermeture. Cette différence, qui est considérable, présente de nombreux inconvénients pour les usages des bobines d'induction.

» En envoyant dans l'induit un courant alternatif, on peut, pour de très

---

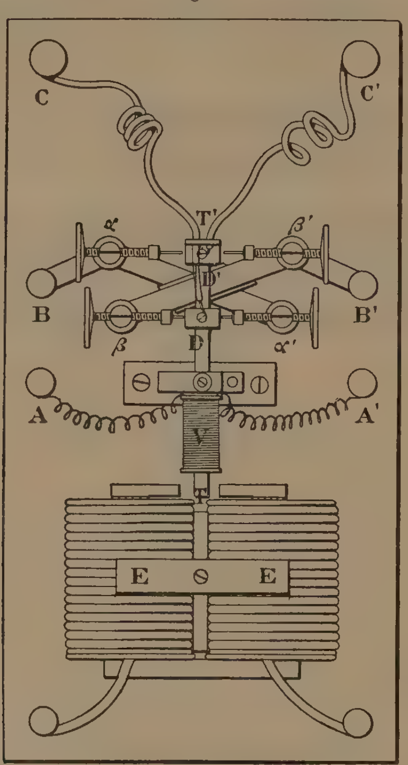
([1]) La figure fait concevoir comment l'incidence moyenne des rayons secondaires sur A'A' est rendue voisine de l'incidence moyenne des rayons X sur AA. Les rayons secondaires émis par AA ne pouvaient pénétrer dans l'électroscope; comme leur action électrique directe est insignifiante vis-à-vis de celle des rayons X, il est invraisemblable qu'ils aient pu se diffuser dans l'air M en quantité appréciable.

faibles voltages, obvier à cet inconvénient; mais ce moyen ne peut plus servir lorsqu'on veut obtenir des étincelles de plusieurs centimètres de longueur.

» J'ai résolu la question au moyen du petit appareil décrit ci-après :

» Un électro-aimant EE′ est excité par un courant alternatif (*fig.* 2). Entre ses deux pôles peut osciller l'extrémité d'une tige TT′, mobile en O autour d'un axe perpendiculaire au plan de la figure. La partie OT est en fer doux, la partie OT′ en ébonite ou

Fig. 2.

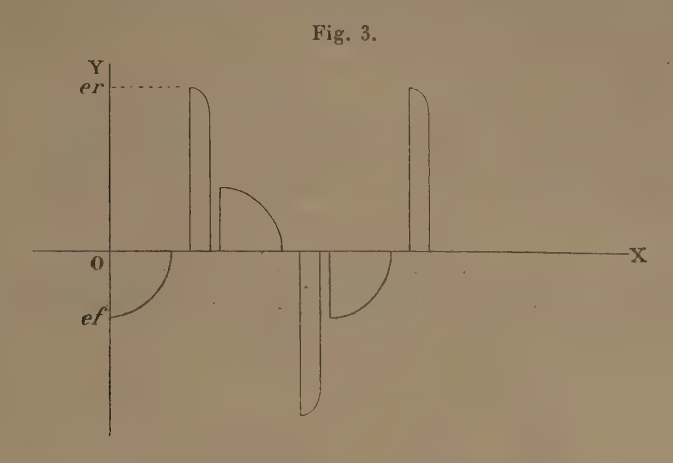


toute autre substance isolante. Sur la partie OT se trouve enroulée une petite bobine V parcourue par un courant continu. Il en résulte en T un pôle magnétique déterminé. Quand le courant alternatif parcourt EE′, la tige T prend, par suite, un mouvement oscillatoire dont la période est égale à celle du courant alternatif. Sur la partie OT′ de la tige oscillante, on a fixé deux lames de platine DD′ en relation, à l'aide de deux fils flexibles, avec les bornes CC′.

» Pendant le mouvement, les deux lames DD′ viennent successivement au contact des bornes αβ puis α′β′; celles-ci sont reliées deux à deux avec les bornes BB′ d'arrivée du courant inducteur; la disposition de l'appareil montre de suite que si, par exemple, le pôle + du courant est en B, le pôle — en B′, le courant qui circule entre C et C′, par suite des fermetures successives dues au mouvement de la tige, ira alternativement

de C en C′ et de C′ en C; le sens du courant entre ces deux bornes se trouvera inversé entre deux ruptures successives. On voit, par suite, que les forces électromotrices induites, de sens inverses (*fig.* 3), vont être, à chaque instant, la somme de deux

Fig. 3.



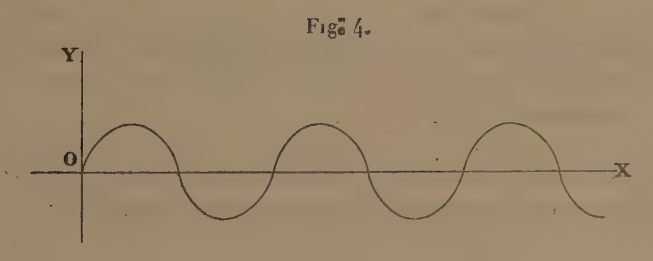
quantités toujours les mêmes, et de même signe. Elles seront donc égales en valeur absolue.

» L'appareil marche très bien. Pour un courant inducteur intense, on plongera les contacts $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$ et la partie OT′ de la tige dans un liquide approprié.

» Le seul inconvénient, d'ailleurs facile à prévoir, est une perte d'énergie assez grande; il faut, pour obtenir une même longueur d'étincelles, envoyer dans cet interrupteur un courant de force électromotrice double de celle qui est nécessaire avec un foucault.

» L'appareil est en outre réversible, c'est-à-dire que, si l'on relie les bornes CC′ avec les deux pôles du courant alternatif dont une dérivation excite l'aimant EE′, on recueille entre les bornes BB′ un courant alternatif

Fig. 4.

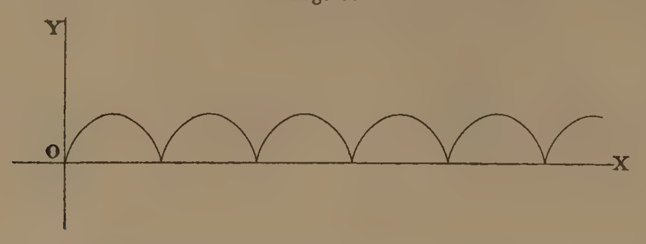


redressé. Si le courant arrivant en CC′ est représenté par la courbe (*fig.* 4), celui recueilli entre BB′ sera représenté par la courbe (*fig.* 5).

» Mais il faut éviter que les ruptures successives se produisent au moment où la force électromotrice périodique a sa valeur maximum, ou même une fraction notable de cette valeur.

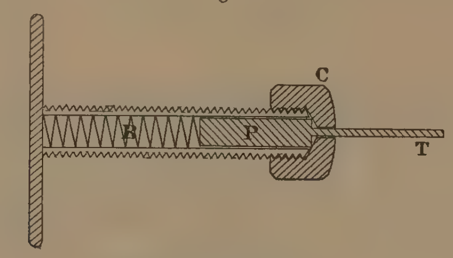
» Un dispositif très simple permet de produire les ruptures au moment où cette force électromotrice est nulle : les vis des bornes de contact $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$ sont percées,

Fig. 5.



suivant leur axe, d'une cavité cylindrique (*fig.* 6). Au fond de cette cavité, on engage un ressort à boudin R, très doux, et une pièce en platine TP cylindrique, ayant la

Fig. 6.



forme d'un piston dont la tige T glisserait au centre d'un chapeau taraudé en laiton, C, qui vient se visser à l'extrémité de la vis.

» La tige TT' étant au repos (*fig.* 2), on règle les quatre vis de façon qu'elles viennent toucher sans pression les contacts DD', l'extrémité T se trouvant à égale distance des deux pôles de l'aimant EE'.

» Dès que la tige TT' oscille, les contacts DD' se portent à droite et à gauche, repoussant alternativement les pistons $\alpha\beta$ en quittant $\alpha'\beta'$, puis repoussant $\alpha'\beta'$ en quittant $\alpha\beta$.

» Si l'on remarque d'ailleurs que la tige TT' passe par sa position d'accélération nulle juste au moment où la force électromotrice du courant alternatif qui excite EE' est nulle aussi, et que les ruptures se font à cet instant précis, on voit qu'il n'y aura pas d'étincelle de rupture en $\alpha\alpha'\beta\beta'$.

» En pratique, il se produit des étincelles extrêmement faibles. La perte d'énergie ne dépasse pas le quart de l'énergie primitive. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un hydrure de dicamphène cristallisé.* Note de MM. **A. Étard** et **G. Meker**, présentée par M. Henri Moissan.

« On connaît de nombreux principes naturels non saturés, peu ou point oxygénés et appartenant à des séries organiques élevées. Quelques-unes

de ces matières sont, au point de vue fonctionnel, des carbures, d'autres des alcools, des glycols, etc.

» Il est bien rarement possible de connaître le noyau interne de ces composés. Pour la cholestérine $C^{26}H^{44}O$, qui a été l'objet de nombreux travaux, on reste sans renseignements, bien qu'on l'ait regardée pendant un certain temps comme étant de nature terpénique. La carottine $C^{26}H^{38}$, générateur probable des cholestéroïdes végétaux, n'est pas davantage rattachée aux séries connues. Seuls, à notre connaissance, les amyrilènes $C^{30}H^{48}$ sont cristallisés, rotatoires et nettement assimilés à des triterpènes.

» En vue d'obtenir des matériaux solides d'origine terpénique démontrée, pouvant conduire à des cholestéroïdes analogues à ceux de la nature, l'un de nous s'est efforcé, il y a quelques années, de purifier le colophène $C^{20}H^{32}$, afin d'obtenir ce carbure même, ou son dérivé par le chlorure de chromyle, sous forme cristallisée. Mais ce diterpène paraît incristallisable en toute circonstance. Plus récemment, la question a été reprise en partant d'une autre source. M. de Montgolfier, par l'action du sodium sur le chlorhydrate de térébenthène (*Annales de Chimie et de Physique,* 5e série, t. XIX, p. 145), a isolé un hydrure de dicamphène visqueux, mais se rattachant au camphène, qui représente l'état solide parmi les terpènes. Nous sommes parvenus à séparer de ce milieu un carbure *cristallisé* qui n'a pas encore été décrit.

» Les carbures terpéniques cristallisés sont fort rares. Avec le camphène, l'hydrure de camphène de M. de Montgolfier et le nouveau composé solide que nous décrivons dans cette Note, on arrive à former la série de matériaux suivants :

$C^{10}H^{16}$	$C^{10}H^{18}$	$C^{20}H^{34}$
Camphène.	Hydrure de camphène.	Hydrure de dicamphène.

» *Préparation.* — La préparation qui conduit à l'hydrure de dicamphène liquide, par l'action du sodium sur le chlorhydrate de térébenthène, a été exécutée de bien des façons avant qu'il fût possible d'obtenir des résultats constants. Voici dans quelles conditions on obtient de bons rendements :

» Dans 100 parties de chlorhydrate de térébenthène sec, chauffé *seulement* à la température nécessaire pour le fondre, on introduit 15 parties de sodium en une fois et l'on agite fréquemment de façon à granuler le sodium fondu et le mettre ainsi en contact avec le chlorhydrate maintenu liquide. Il importe de conduire cette réaction assez lentement pour éviter toute élévation de température favorable aux polymérisations excessives. En cette observation de la température consiste la meilleure chance de

succès et de rendement. L'action du sodium étant épuisée, au lieu de distiller en présence de sel et d'un peu de sodium, on ajoute de la benzine pour dissoudre les carbures. La solution benzénique est lavée à l'eau, puis distillée.

» Après départ de la benzine, on sépare par le fractionnement environ 45 parties de liquide bouillant entre 150° et 160° et 30 parties passant de 320° à 330°.

» La fraction légère, rendue liquide avec un peu de benzine, est agitée avec de l'acide sulfurique (Montgolfier). Il convient que cet acide soit très riche en anhydride. De la sorte, on détruit mieux les carbures étrangers et l'hydrure de camphène résiste seul. On le lave à la trompe sur coton de verre avec de l'acide sulfurique fumant, puis de l'acide sulfurique jusqu'à décoloration aussi complète que possible, puis enfin on le lave à l'eau.

» On distille et l'on obtient de 15 à 20 pour 100 d'une magnifique substance cristallisée qu'on est surpris de ne pas voir déjà étudiée à propos des diverses questions terpéniques qui se posent.

» Le carbure liquide passant de 320° à 330° a fait le principal objet de notre étude. Après un fractionnement convenable, on arrive à l'avoir sous la forme d'un liquide incolore, non fluorescent, visqueux, passant à 337° (non corr.) : $D_{15} = 0,963$; $\alpha = 46°20'$ sur $0^m,20$. Pouvoir rotatoire :

$$[\alpha]_D = 24° 3';$$

selon Montgolfier : 21°18'. Un tel écart peut tenir au degré de pureté ou à un mélange d'isomères dépendant des conditions de formation.

» Notre préparation liquide a été abandonnée quelque temps au froid et nous avons pu obtenir des cristaux. Ceux-ci, que nous gardons comme germes, permettent de transformer rapidement le carbure refroidi dans du chlorure de méthyle jusqu'à concurrence de moitié environ. Les cristaux, essorés à la trompe, sont mis à cristalliser à nouveau dans l'alcool qui les dissout peu à froid et les dépose sous la forme d'octaèdres bien réguliers.

» L'hydrure de dicamphène solide que nous avons découvert cristallise dans le système cubique. Il n'y a pas extinction de lumière polarisée : $D_{15} = 1,001$. Ébullition : 326°-327°, très fixe (non corr.). Le liquide condensé se prend immédiatement en une masse cireuse fusible à 75°. Le pouvoir rotatoire, mesuré par deux observateurs différents, en solution benzénique, donne les résultats suivants :

$$P = 3^{gr},500, \quad \alpha = +5°25', \quad l = 0^m,20, \quad [\alpha]_D = +15°27';$$
$$P = 2^{gr},070, \quad \alpha = +3°18', \quad l = 0^m,20, \quad [\alpha]_D = +15°56'.$$

» *Analyse :* C = 87,3, H = 12,5.

» Le carbure a donc bien pour formule $C^{20}H^{34}$.

» Dans les corps élevés et non saturés on ne saurait trop rechercher la véritable série génératrice. En effet, $C^{20}H^{34}$ se représente par la formule générale C^nH^{2n-6}. C'est donc à première vue un homologue de la benzine. Ce n'est que par voie de dérivation expérimentale que nous arrivons sûrement à savoir qu'il s'agit d'un terpène, C^nH^{2n-4}. Comme il est hydrogéné et polymérisé, sa situation purement numérique parmi les carbures est comprise entre C^nH^{2n-2} et C^nH^{2n-4}.

» C'est ainsi que bien des principes naturels paraissent être profondément désaturés, alors qu'ils se rapportent en fait à des séries assez simples, et notamment aux terpènes. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de la cyanamide sur le bromanile en présence de la potasse.* Note de M. **H. Imbert**, présentée par M. Friedel.

« La cyanamide en solution alcoolique ou aqueuse ne réagit pas sur le bromanile, même à la température de l'ébullition; mais si dans une solution aqueuse et bouillante de cyanamide, tenant en suspension du bromanile pulvérisé, on ajoute quelques fragments de potasse, le liquide prend une belle coloration verte à reflets jaunes. L'addition d'un acide tel que l'acide chlorhydrique fait virer la coloration au bleu puis au violet.

» On peut isoler, avec la plus grande facilité, le produit vert, de la façon suivante :

» A 24gr,6 (une molécule) de tétrabromoquinone, finement pulvérisée, on ajoute 8gr,4 (deux molécules) de cyanamide dissoute dans 100cc d'eau distillée. On porte à l'ébullition et l'on additionne de petits fragments de potasse en ayant soin qu'il reste toujours un excès de bromanile. Le liquide filtré bouillant se prend par refroidissement en une masse cristalline. Deux ou trois cristallisations dans l'eau distillée bouillante suffisent pour la purification. En opérant avec une quantité d'eau inférieure à celle qui est indiquée, l'addition d'alcali détermine la prise de la substance en une masse cristalline.

» Les cristaux examinés au microscope offrent l'aspect de longues aiguilles semblables entre elles; mais les unes paraissent vertes, les autres brun jaunâtre, probablement par suite d'un phénomène de polychroïsme. Examiné à l'œil nu et en masse, le produit est brun verdâtre à reflets mordorés. Séché dans le vide ou à 105°, il se redissout dans l'eau froide et plus facilement dans l'eau bouillante avec coloration verte. La dessiccation ne paraît donc pas l'altérer. La solution, traitée par une quantité suffisante d'acide chlorhydrique, se colore en violet et, agitée avec de l'éther acétique, communique à celui-ci une belle coloration rouge rubis. L'addition ménagée d'ammoniaque ou d'un alcali fait reparaître la couleur verte dans la couche aqueuse sous-jacente.

» La liqueur aqueuse, virée au violet par un acide, se décolore sous l'influence de l'acide sulfureux.

» Si l'on admet qu'il s'est formé durant l'opération l'un des corps

$$\begin{array}{c}\mathrm{Br}\quad\mathrm{OK}\\ |\qquad| \\ \mathrm{CAz^2}=\mathrm{C}\begin{array}{l}\diagup\mathrm{C}=\mathrm{C}\diagdown\\ \diagdown\mathrm{C}=\mathrm{C}\diagup\end{array}\mathrm{C}=\mathrm{Az^2C}\\ |\qquad| \\ \mathrm{Br}\quad\mathrm{OK}\end{array}\quad \text{ou}\quad \begin{array}{c}\mathrm{Br}\quad\mathrm{OK}\\ |\qquad| \\ \mathrm{CAz^2}=\mathrm{C}\begin{array}{l}\diagup\mathrm{C}=\mathrm{C}\diagdown\\ \diagdown\mathrm{C}=\mathrm{C}\diagup\end{array}\mathrm{C}=\mathrm{Az^2C},\\ |\qquad| \\ \mathrm{OK}\quad\mathrm{Br}\end{array}$$

la théorie indique qu'il doit contenir

C.... 22,74, Br.... 37,91, Az.... 13,27, K.... 18,48 pour 100.

» Or j'ai trouvé

C...... 22,30, Br...... 37,40, Az...... 13,91, K...... 18,10.

» De plus, en admettant que le corps $CAz^2 = C^6Br^2(OK)^2 = Az^2C$ cristallise avec deux molécules d'eau, la chaleur doit lui faire perdre 7,8 pour 100 de son poids. J'ai trouvé expérimentalement 7,5.

» Le produit cristallisé répond donc à la formule d'une dicyaniminodibromodioxyquinone dipotassique cristallisée avec deux molécules d'eau

$$CAz^2 = C^6Br^2(OK)^2 = Az^2C.2H^2O.$$

» Traitée en solution aqueuse par un acide, elle donne un produit violet qui, sous l'influence de l'acide sulfureux, c'est-à-dire d'un réducteur, se transforme en un leuco-dérivé, réaction analogue à celles que fournissent les auramines.

» Le sel dipotassique fait la double décomposition avec l'azotate d'argent et le chlorure de baryum, donnant un sel d'argent insoluble et un sel de baryum peu soluble.

» Le chloranile m'a donné des résultats analogues.

» D'ailleurs les quinones non substituées se combinent à la cyanamide en solution alcoolique bouillante, et la benzoquinone fournit un produit insoluble dans l'eau, très soluble dans l'alcool, qui paraît correspondre à la formule d'une dicyaniminobenzoquinone $CAz^2 = C^6H^4 = Az^2C$. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Recherches sur le phosphore organique.* Note de M. L. Jolly, présentée par M. Henri Moissan.

« En démontrant, au moyen du réactif molybdique ([1]), l'union intense des phosphates minéraux avec les éléments histologiques animaux, union qui n'est pas complètement détruite par leur désorganisation, témoin les expériences d'Henninger sur les peptones, celles de Wurtz sur l'albumine, nous nous sommes demandé si l'existence admise encore du phosphore métalloïdique dans une molécule organique, malgré la découverte de l'acide phosphoglycérique dans les lécithines nerveuses, ne serait pas due à cette impossibilité d'éliminer toute trace des phosphates minéraux des substances étudiées.

» Nous avons pensé que le procédé suivant nous permettrait de vérifier s'il existe du phosphore métalloïdique intégré dans une molécule organique des tissus animaux ou des matières albuminoïdes végétales.

» La substance à étudier étant bien homogène de composition, nous la divisons en deux parties égales : la première est désséchée, puis incinérée progressivement sans aller jusqu'à la disparition complète du charbon. Celui-ci, pulvérisé, est épuisé par l'acide chlorhydrique dilué bouillant; l'acide phosphorique est précipité à l'état de phosphate ammoniaco-magnésien. Séparé par filtration, ce précipité est redissous et l'acide phosphorique est dosé par la solution uranique.

» La seconde partie est oxydée à chaud par un grand excès d'acide nitrique pur jusqu'à décoloration complète de la masse. Vers la fin, on ajoute quelques grammes de nitrate de potasse pur, afin que l'oxydation soit parfaite. La masse, desséchée, puis calcinée, est traitée comme nous venons de le dire.

» La différence entre les deux quantités d'acide phosphorique trouvées à l'analyse permettra de déterminer le phosphore organique.

» Sachant que les phosphates minéraux calcinés en présence du charbon perdent une partie de leur acide phosphorique qui, d'abord transformé en phosphure métallique, disparaît ensuite à l'état de phosphure d'hydrogène, quand la masse calcinée est traitée par l'acide chlorhydrique pour séparer les phosphates, nous avons fait les expériences suivantes :

([1]) *Comptes rendus,* 11 octobre 1897.

» 1° 20gr de légumine sèche ont été calcinés sans aucune addition; nous avons retiré :

Acide phosphorique........................ 0,090

» 2° 20gr de même substance ont été additionnés de 2gr de bicarbonate de soude pur dissous. La masse est gonflée, sans trace de dissolution après vingt-quatre heures de contact. Séchée, puis calcinée, elle a donné :

Acide phosphorique........................ 0,135

» 3° Une autre quantité égale de légumine a été additionnée de 4gr de soude caustique pure dissoute. Après vingt-quatre heures, la masse est devenue pâteuse, gluante, comme dissoute. Desséchée, puis calcinée, nous trouvons :

Acide phosphorique........................ 0,280

» Ces résultats nous indiquent que les substances à étudier doivent être calcinées en présence d'un excès d'alcali caustique.

» 4° 20gr de légumine sont traités à chaud par un grand excès d'acide nitrique pur jusqu'à décoloration. Vers la fin de l'évaporation effectuée lentement, la masse est additionnée de 4gr de soude caustique, puis desséchée avec grande précaution et enfin calcinée lentement afin d'éviter une déflagration vive avec projection de matière. Le résultat a été :

Acide phosphorique........................ 0,280

» Le gluten soumis à deux traitements identiques a fourni les résultats suivants :

1° 20gr non oxydés renferment : acide phosphorique........................ 0,030
2° 20gr oxydés donnent : acide phosphorique........................ 0,030

» Les substances animales qui ont servi à nos analyses ont été empruntées au mouton : cerveau et chair musculaire (gigot).

» Une cervelle de mouton du poids de 110gr a été réduite en pulpe homogène et divisée en deux parties de 50gr chacune.

» La première, additionnée de 4gr de soude caustique, évaporée, puis calcinée, a donné :

Acide phosphorique........................ 0,225

» La seconde, traitée par l'acide nitrique et la soude caustique, comme il est dit plus haut, a donné :

Acide phosphorique........................ 0,225

» Un fragment de chair musculaire de mouton a été haché finement, afin que la masse soit aussi homogène que possible, et divisé en deux parties de 50gr chacune.

La première, calcinée en présence de la soude, donne : acide phosphorique... 0,140
La deuxième, oxydée puis calcinée avec soude, donne : » ... 0,140

» Nous ferons remarquer, en passant, que le cerveau de mouton est presque deux fois plus riche en acide phosphorique que son tissu musculaire.

» Nos analyses ne confirment donc pas l'existence du phosphore métalloïdique non oxydé intégré dans une molécule organique.

» Nous considérons ces recherches comme le corollaire utile de notre précédent travail. Elles nous faciliteront, en outre, la démonstration prochaine que les expériences de MM. Lépine et Aubert, insérées aux *Comptes rendus* en 1884, ne permettent pas d'affirmer qu'il y a élimination par la voie urinaire de phosphore incomplètement oxydé. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Les inhalations de chloroforme déterminent-elles la production d'oxyde de carbone dans le sang?* Note de M. **L. de Saint-Martin**.

« Dans une Note récente (¹), MM. Degrez et Nicloux ont annoncé que le sang de chiens longtemps maintenus sous le chloroforme, traité par l'acide acétique, dégage de l'oxyde de carbone (environ 5^{cc} par litre). Ils ont conclu à l'existence de ce gaz dans le sang des sujets anesthésiés, et attribué sa formation à la décomposition du chloroforme par les liquides alcalins de l'organisme.

» Je laisse de côté la question de Chimie pure; mais cette conclusion, au point de vue physiologique, m'a paru mériter confirmation. Car, si elle était reconnue exacte, on pourrait justement l'invoquer comme contre-indiquant l'emploi du plus précieux et du plus usité des agents anesthésiques.

» J'ai donc cru devoir reprendre les essais de ces expérimentateurs, mais en substituant, à la méthode indirecte du grisoumètre, l'emploi du spectroscope et le dosage direct de l'oxyde de carbone au moyen du chlorure cuivreux. A cet effet, j'ai combiné les deux procédés que j'ai fait précédemment connaître (²) pour la recherche, dans le sang, de traces de gaz rares ou anormaux (oxyde de carbone, hydrogène protocarboné), et

(¹) Degrez et Nicloux, *Comptes rendus*, 6 décembre 1897.

(²) L. de Saint-Martin, *Recherches expérimentales sur la respiration*, p. 270 (Paris, 1893), et *Comptes rendus*, t. CXIX, p. 83.

j'ai fait porter mes expériences non seulement sur le sang d'animaux anesthésiés, mais aussi sur le sang normal.

» Voici la marche suivie dans chacune des expériences ci-dessous relatées :

» 500^{cc} de sang sont introduits dans le ballon-récipient d'une pompe à mercure avec 10^{cc} d'huile, et épuisés, à la température de 45°, des gaz que le vide employé seul peut enlever, d'abord à l'aide de la trompe à eau et finalement en manœuvrant la pompe. Ces gaz ne sont pas recueillis. Quand la pompe ne ramène plus que des traces d'acide carbonique entièrement absorbable par la potasse, on ajoute au sang la moitié de son volume, soit 250^{cc}, d'une solution saturée d'acide tartrique récemment bouillie et bien exempte d'acide sulfurique libre. Puis, au moyen de quelques coups de pompe, on extrait les gaz dégagés par l'action de l'acide sur le sang, et on les rassemble dans une éprouvette pleine de mercure. Pour terminer, on fait passer dans le récipient 5^{cc} d'une solution de carbonate de soude sec à 1 pour 100; les 10^{cc} d'acide carbonique qu'ils renferment sont immédiatement mis en liberté, et on les réunit, par un dernier épuisement, aux gaz déjà recueillis.

» On obtient de la sorte dans l'éprouvette 30^{cc} à 40^{cc} de gaz, qu'on soumet successivement à l'action de la potasse qui en absorbe environ les neuf dixièmes, puis de l'hydrosulfite de soude pour éliminer l'oxygène, s'il en existe. Le résidu, composé d'oxyde de carbone, d'azote et peut-être de traces d'hydrogène et d'hydrogène protocarboné, est d'abord agité avec une dilution de sang de chien à $\frac{1}{75}$ de centimètre cube, qu'on a pris soin de priver de gaz tout en réduisant l'hémoglobine, en la maintenant longtemps à 40° et en la soumettant alternativement, à plusieurs reprises, à l'action du vide et d'un courant d'hydrogène.

» Ces 2^{cc} de sang étendu peuvent absorber au maximum $0^{cc},05$ d'oxyde de carbone, et en absorbent en réalité moins de la moitié dans les conditions de l'expérience, l'oxyde de carbone n'existant dans le mélange gazeux qu'en proportion d'un tiers au plus. On sépare la dilution sanguine du résidu gazeux, et on la soumet à l'examen spectroscopique, après addition d'une goutte de sulfhydrate d'ammoniaque, dans une petite cuve close exactement remplie et bien bouchée. L'oxyde de carbone est ensuite dosé dans le mélange gazeux, par absorption au moyen du chlorure cuivreux en solution chlorhydrique.

» Voici les résultats obtenus par cette méthode, chaque expérience ayant toujours porté sur 500^{cc} de sang :

» *Expérience I.* — Chien de 30^{kg}, trochéotomisé, canule dans la trachie, anesthésié avec un mélange titré à 10^{gr} de chloroforme par hectolitre d'air, maintenu ensuite endormi pendant deux heures avec un mélange à 8^{gr} par hectolitre, et sacrifié par hémorragie. Le sang a été recueilli sur de l'oxalate de potasse (1^{gr}) pour empêcher sa coagulation [1].

---

(1) Qu'il me soit permis d'adresser ici mes remercîments à M. le professeur Dastre,

» La dilution sanguine, agitée avec le résidu gazeux, présentait à un haut degré la réaction spectroscopique de l'oxyde de carbone : les déterminations spectrophotométriques y accusaient 73 pour 100 de l'hémoglobine à l'état oxycarboné.

» Oxyde de carbone dans le gaz restant : $0^{cc},91$, soit $1^{cc},82$ par litre.

» *Expérience II.* — Sang de bœuf normal, recueilli à l'abattoir, défibriné par battage *en l'absence de toute fumée de tabac.*

» Réaction spectroscopique très nette de l'oxyde de carbone.

» Oxyde de carbone : $0^{cc},4$, soit $0^{cc},8$ par litre.

» *Expérience III.* — Fort chien, soumis aux inhalations de chloroforme comme dans l'expérience I.

» L'essai spectroscopique n'a pas été pratiqué.

» Le résidu gazeux a fourni $1^{cc},2$ d'oxyde de carbone, soit $2^{cc},4$ par litre de sang.

» *Expérience IV.* — Sang normal d'un chien de grande taille, exclusivement nourri au lait pendant six jours, quelque peu anémié. (Hémoglobine par litre de sang : 131^{gr}.) Sacrifié par hémorragie.

» La dilution sanguine présente très nettement les caractères spectroscopiques de l'hémoglobine oxycarbonée.

» Oxyde de carbone : $0^{cc},6$, soit $1^{cc},2$ par litre de sang.

» *Expérience V.* — On fait pénétrer, dans le récipient vidé d'air de la pompe à mercure, 250^{cc} de la solution d'acide tartrique employée pour les expériences précédentes, 10^{cc} d'huile, 2^{gr} d'oxalate neutre de potasse et 20^{cc} de la solution de carbonate de soude à 1 pour 100, et l'on procède à l'épuisement à chaud.

» Les gaz recueillis, traités comme ci-dessus, ne renferment pas trace d'oxyde de carbone.

» Les petites quantités de ce gaz, dosées dans les expériences I à IV, viennent donc bien des échantillons de sang et non des réactifs employés.

» Je passe sous silence quelques autres essais, qui confirment purement et simplement ces résultats.

» *En résumé*, on voit que le sang normal, de même que le sang des animaux soumis aux inhalations de chloroforme, dégage, lorsqu'on le traite dans le vide à 40°, par un acide organique, de petites quantités d'oxyde de carbone, comprises entre 0,08 et 0,2 pour 100. Ce gaz préexiste-t-il dans le sang? Je ne le pense pas et je crois plutôt qu'il prend naissance par l'action de l'acide sur une substance contenue dans le sang, et cela par un mécanisme analogue à celui qui produit des traces d'oxyde de carbone lors du dosage de l'oxygène au moyen des pyrogallates alcalins.

---

dans le laboratoire duquel ont été effectuées les vivisections nécessaires à ces expériences.

» Si donc l'expérience de MM. Degrez et Nicloux est parfaitement exacte en elle-même, il ne me paraît pas qu'on puisse accepter la conclusion qu'ils en tirent, et attribuer au chloroforme la singulière propriété de donner naissance, dans le sang, à de l'oxyde de carbone.

» Il reste à trouver, pour remplacer les acides organiques, un réactif capable de dégager l'oxyde de carbone fixé sur l'hémoglobine, mais n'en produisant pas trace quand on le mélange avec le sang normal. J'essaie, dans ce but, la solution concentrée de sulfate ferreux saturée de bioxyde d'azote. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'oxydase du* Botrytis cinerea. Note de M. **J. Laborde**, présentée par M. Duclaux.

« Le *Botrytis cinerea*, vivant en parasite sur le raisin, sécrète, comme je l'ai établi précédemment ([1]), une oxydase que l'on trouve dans le moût de raisin et dans le vin après fermentation de ce moût; c'est elle qui provoque ensuite essentiellement, dans le vin exposé à l'air, l'altération connue sous le nom de *casse brune*.

» Pour étudier ces questions, il fallait d'abord rechercher une méthode de dosage de l'oxydase. Celle que j'ai trouvée est basée sur la coloration bleue que l'on obtient avec la teinture de gaïac, et sur sa comparaison (au colorimètre Dubosc) avec la même couleur que donne, avec la même teinture, $0^{mgr},5$ d'iode pour 20^{cc} du mélange; l'intensité de celle-ci étant prise pour unité. A l'aide de cette méthode de dosage, j'ai pu obtenir les résultats qui vont être indiqués.

» Le *Botrytis cinerea* pur, ensemencé sur des raisins blancs stérilisés, envahit d'abord leur pellicule qui brunit complètement au bout de trois à quatre jours, en donnant naissance à quelques fructifications aériennes. La quantité d'oxydase sécrétée est alors de trois unités environ.

» Au bout d'une semaine, lorsque les raisins sont couverts de fructifications abondantes, la proportion d'oxydase s'élève à cinq ou six unités; si l'on prolonge l'action de la moisissure, elle peut atteindre trente unités au moins.

» Dans une Note précédente ([2]), j'ai indiqué que les solutions d'oxy-

---

([1]) *Comptes rendus*, décembre 1896.
([2]) *Comptes rendus*, juillet 1897.

dase perdent graduellement toute activité après absorption d'oxygène de l'air. Cette perte progressive est mise en évidence par les chiffres suivants, obtenus avec un liquide diastasifère exposé à l'air pendant un certain temps et contenant au début 5,5 unités d'oxydase :

Durée de l'aération.	Oxydase restante.	Oxydase perdue.
2 jours	3,5	2,0
4 jours	2,8	2,7
6 jours	2,4	3,1
12 jours	0,8	4,7

» On voit que la destruction de l'oxydase est assez lente; elle est plus grande dans les premiers temps de l'aération que dans les derniers.

» La chaleur, comme on sait, détruit aussi l'oxydase. Un liquide diastasique acide, contenant cinq unités d'oxydase, a été chauffé à des températures croissantes, toutes choses égales d'ailleurs, et, après refroidissement, les divers essais ont donné les chiffres suivants :

Températures.	Oxydase restante.	Oxydase détruite.
60°	2,30	2,70
65	1,50	3,50
70	0,90	4,10
75	0,75	4,25
80	0,45	4,55
85	néant	5,00

» Même après chauffage à 75° et 80°, il reste encore de l'oxydase active; cependant, l'action sur la couleur du vin rouge de cette oxydase chauffée est beaucoup moins énergique que celle d'une quantité correspondante d'oxydase fraîche.

» En étudiant les variations de l'oxydase dans la fermentation du moût de raisins moisis, j'ai trouvé que :

» 1° La quantité d'oxydase qui reste, toujours plus faible que la quantité initiale, dépend de la durée de la fermentation; elle est plus grande avec les levures plus actives qu'avec les levures moins actives. Ainsi, la fermentation ayant duré dix jours avec les premières et quinze jours avec les secondes, il restait respectivement 50 et 35 pour 100 de la quantité initiale d'oxydase;

» 2° Les températures habituelles de la fermentation n'ont pas d'influence; à 25° et à 36°, la perte d'oxydase a été la même;

» 3° Les ferments de maladie du vin, qui peuvent se développer en même temps que les levures, ne paraissent pas agir sur l'oxydase. Les résultats ont été les mêmes qu'avec les levures pures, bien que ces ferments se fussent multipliés suffisamment pour produire $2^{gr},5$ d'acidité volatile par litre dans un essai, et $3^{gr},2$ dans un autre.

» Si, au lieu de se trouver dans les conditions de la fermentation des vins blancs, comme dans les expériences ci-dessus, on se place dans celles de la fermentation des vins rouges, on observe que la proportion d'oxydase restante est plus grande; il peut en rester, par exemple, 80 pour 100 de la quantité initiale. Cela s'explique, si l'on considère que, dans ces conditions, l'aération du liquide est plus faible, grâce à la formation du chapeau, et qu'une certaine quantité d'oxydase qui n'existait pas dans le moût au début, s'y est diffusée, pendant la fermentation des cellules de la moisissure portée par les raisins.

» Les résultats précédents ne peuvent avoir d'intérêt pratique que si l'on connaît les effets de la quantité d'oxydase prise pour unité. En mélangeant, à un vin rouge stérilisé, un volume convenable d'une solution d'oxydase de richesse connue, et en exposant ensuite ce vin à l'air pendant un temps suffisant, on a trouvé que la quantité de matière colorante précipitée par l'unité d'oxydase est voisine de 1^{gr} par litre. Mais l'action de l'oxydase ne se borne pas là : la couleur non précipitée est complètement jaunie, le vin peut être considéré comme perdu.

» En somme, on voit combien sont dangereux les effets du *Botrytis cinerea* qui a envahi une récolte; si, au moment des vendanges, on a $\frac{1}{3}$ de cette récolte atteint de pourriture grise, même peu développée, il peut exister dans le vin une quantité d'oxydase assez grande pour le faire casser complètement. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Tuberculose et pseudo-tuberculoses.* Note de MM. **Bataillon** et **Terre**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Nous avons décrit précédemment, chez l'animal à sang froid, une forme spéciale de tuberculose, évoluant dans de larges limites de température (¹); puis nous avons indiqué que la tuberculose humaine ou aviaire,

---

(¹) Bataillon, Dubard et Terre, *Un nouveau type de tuberculose* (*Comptes rendus de la Société de Biologie,* 14 mai 1897).

après passage sur la grenouille ou sur la carpe, fournit des cultures analogues ([1]). Les expériences ont été multipliées jusqu'à la fin d'août, et quinze fois l'humaine et l'aviaire nous ont donné les mêmes résultats. A cette époque, les irrégularités nous ont paru explicables par des formes plus profondément modifiées, douées d'une grande puissance végétative, envahissant les milieux de la culture.

» Ces formes nous semblent actuellement rentrer dans le même cycle évolutif. Et, pour nos études ultérieures, il est indispensable de donner à chacune d'elles une étiquette commode. Appelons donc A le type bacillaire de Koch et B la forme que nous avons décrite en mai, adoptée aux températures basses.

» Une troisième forme fut tirée de l'humaine, le 12 août, après un passage de trois jours sur la grenouille. Les cultures crêmeuses sur les milieux solides évoluent très rapidement entre 12° et 48° en milieux liquides. C'est un bacille ayant la réaction Koch-Ehrlich et se distinguant nettement de notre type B par trois points : les cultures ont un aspect tout différent, elles se développent facilement aux températures élevées, elles troublent le bouillon ordinaire. Ce type, dont la plasticité est grande et sera marquée ultérieurement, occupe-t-il une place intermédiaire entre A et B? Des reports dans les sacs lymphatiques dorsaux de la grenouille nous ont donné, contrairement à notre attente, une forme nouvelle.

» Les colonies sont brunâtres sur pomme de terre; sur les autres milieux, elles ne diffèrent guère des précédentes, et, comme ces dernières, elles ne liquéfient pas la gélatine. Ce sont des bacilles aréolés avec des points de condensation, et s'il n'y en a qu'un à chaque extrémité, de véritables tonnelets rappelant le type décrit par Courmont en 1887. *Les méthodes d'Ehrlich et de Gram ne les colorent pas*. Mais sur un milieu se desséchant progressivement, sur des tubes de gélatine non capuchonnés, par exemple, on constate, en douze ou quinze jours, l'apparition graduelle d'un voile opaque constitué par des bacilles typiques; même phénomène sur des milieux qui s'épuisent. Les formes primitives semblent sporuler pour fournir ces éléments spéciaux capables de multiplication dans certains milieux; c'est un point que nous réservons pour aujourd'hui. En tout cas, les coupes pratiquées sur nos plaques de gélatine montrent une couche superficielle bien limitée de bacilles colorés par la méthode d'Ehrlich : il n'y en a pas un seul dans la profondeur.

([1]) Bataillon et Terre, *La forme saprophytique de la tuberculose humaine et de la tuberculose aviaire* (*Comptes rendus*, 14 juin 1897).

» Voilà deux types nouveaux dérivés de A. Les préparations du premier, tirées de cultures jeunes, ne laissent guère place au doute. Quant au second, il fournit la marque de son origine en développant le voile de formes typiques dont nous avons parlé. Nous appellerons dans l'ordre de description le premier α, le second β, admettant provisoirement la continuité de la série A, α, B, β.

» Mais écartons cet exposé morphologique pour passer à l'expérimentation.

» Nous inoculons à des cobayes la culture décrite tout à l'heure et obtenons irrégulièrement la mort en moins de deux mois avec une magnifique tuberculose de la rate et du foie et quelques grains dans le mésentère. *Impossible de mettre en évidence, dans ces édifications, un seul germe ayant la réaction Koch-Ehrlich.* Mais on trouve en abondance un bacille plus ou moins long, difficilement colorable, avec des points de condensation.

» Une seconde série de cobayes reçoit en injection à la cuisse les tubercules broyés. Les sujets meurent entre le onzième et le vingtième jour avec la rate gonflée, farcie de tubercules, le foie semé de granulations moins abondantes et moins volumineuses. *Pas trace de bacille de Koch.*

» Une troisième série se comporte de même; la mort arrive avant le vingtième jour avec les mêmes édifications. Les mêmes cultures sont isolées dans tous les cas : ce sont des bacilles mobiles rappelant le type de Courmont par bien des points. Pourtant la puissance végétative s'affaiblit rapidement; et, les cultures du premier groupe donnant d'abord sur bouillon un trouble floconneux, les générations ultérieures végètent péniblement et ne troublent plus. Les cultures donnent les mêmes résultats que les produits directs et l'édification ne demande pas plus de cinq jours.

» Les lapins inoculés jusqu'ici sont morts plus ou moins rapidement, très amaigris mais sans tuberculisation des viscères.

» Ainsi le bacille humain transporté sur le cobaye après un court passage sur la grenouille nous a fourni des séries d'animaux tuberculeux ne renfermant pas le bacille de Koch, mais une forme rappelant certains germes de pseudo-tuberculose; jusqu'ici les lapins sont morts sans édification, le bacille inoculé existant en abondance dans le sang et dans les viscères.

» Nous faisons ingérer à des lapins de grandes quantités de nos anciennes cultures B. L'un d'eux meurt au bout de trois mois et demi extrêmement amaigri. Le foie porte quelques granulations et, dans la veine cave dilatée, au niveau des reins, nagent de véritables édifications lardacées intravasculaires. Dans le sang, dans les tubercules, nous trouvons des myriades de bacilles rappelant à première vue ceux décrits au paragraphe précédent; pas un seul bacille de Koch. Le sang de ce lapin est inoculé à une série de cobayes : la mort arrive en moins de cinq jours sans édification avec les mêmes germes dans l'œdème local, le sang, le foie, etc. Les séries ont été multipliées et, jusqu'ici, l'évolution de la maladie n'a pas changé de caractères. Contrairement au cobaye, le

lapin se tuberculise. L'inoculation intravasculaire des cultures jeunes peut entraîner la mort en moins de quinze jours et déjà le foie et la rate sont farcis de tubercules.

» Les cultures isolées diffèrent des précédentes par une puissance végétative extraordinaire qui se maintient à 47°; le trouble du bouillon est beaucoup plus persistant.

» Voilà donc un deuxième groupe de pseudo-tuberculose ayant une autre origine. C'était primitivement un bacille aussi bien et même mieux caractérisé que le précédent comme bacille de Koch. Et cette deuxième série rappelle, à s'y méprendre, le type observé par Courmont au début. Il tuberculise rapidement le lapin; les cultures récentes ne donnent pas d'édification sur le cobaye. Mais cette forme semble très instable puisqu'avec des cultures de quatre jours, à 36°, nous avons tuberculisé également les cobayes et les lapins.

» Ces deux types de pseudo-tuberculose ont leur origine dans deux étapes distinctes et bien définies du cycle dont nous poursuivons l'étude. Entre les animaux qui les ont fournies, il n'y a jamais eu contact. Ajoutons que sur l'organisme le premier type (tiré de α) est assez polymorphe; que ses éléments groupés en amas peuvent rappeler des zooglées; que certains bacilles, allongés et repliés sur eux-mêmes avec leurs points de condensation, font penser aux streptocoques ou aux streptobacilles décrits par d'autres observateurs. Et nous serons conduits à nous demander si l'opinion à laquelle tendaient Malassez et Vignal, dans leur premier Mémoire de 1883, n'était pas fondée. La lacune à combler, c'est le retour à la forme typique Koch-Ehrlich, observée par ces deux auteurs.

» En tout cas, un polymorphisme aussi étendu nous porte à croire qu'avant la découverte de Koch des savants, comme Toussaint et Klebs, ont pu isoler certaines formes du même germe. D'autre part, nos études expérimentales, rapprochées des observations antérieures, nous laissent la conviction *que bien des cas de pseudo-tuberculose sont des tuberculoses vraies*, ayant pour agent l'une des nombreuses formes du bacille de Koch. »

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Les parasites du cancer et du sarcome* (*morphologie, répartition*). Note de M. **F.-J. Bosc**, présentée par M. Bouchard.

« Des arguments d'ordre clinique, étiologique et expérimental nous permettent de penser que les tumeurs malignes de l'homme, et en parti-

culier le *cancer* (épithéliome, carcinome) et le *sarcome,* ont une origine infectieuse.

» Existe-t-il, dans ces tumeurs, des corps qui se différencient des éléments propres de nos tissus et capables de jouer un rôle pathogène? Plusieurs auteurs ont décrit des formes qu'ils interprètent comme des parasites, mais elles sont très variables et actuellement considérées comme exclusives les unes des autres.

» Nous avons repris cette étude sur un nombre considérable d'épithéliomes, de carcinomes, de sarcomes, mais nous nous sommes gardé de nous baser uniquement, même pour la simple étude morphologique, sur l'examen de coupes histologiques plus ou moins altérées par les réactifs et aux données desquelles on peut toujours opposer des doutes. Toute tumeur a été examinée immédiatement, à *l'état frais*. L'examen comportait l'étude du suc cancéreux, du raclage de la surface fraîche de section recueilli en des points divers de la tumeur présentant une particularité : points jaunâtres, vermicelles, boyaux remplis de matière cancéreuse ramollie, contenu des kystes, etc. L'examen microscopique en a été fait directement, à une lumière vive, sans coloration d'abord, puis après coloration légère par divers réactifs : picro-carmin, thionine, bleu de Roux, safranine, biondi, liqueur d'Erlich diluée dans la glycérine. Nous avons pu parvenir à conserver des préparations fraîches ainsi préparées à la glycérine avec ou sans fixation préalable par l'acide osmique. Les observations faites sur les tissus frais ont été contrôlées sur des coupes histologiques très nombreuses de fragments très minces fixés dans le formol, le Flemming ou le sublimé à saturation dans l'eau et après des colorations sur lesquelles nous reviendrons plus tard.

» La synthèse des documents fournis par l'examen de très nombreuses tumeurs, et en particulier de trente-deux cas très étudiés, nous amène à cette conclusion qu'il existe dans ces tumeurs *des formations anormales étrangères à nos tissus* pouvant se grouper suivant *cinq types morphologiques :*

» 1° Formes *micrococciques* ou *microbiennes;* 2° *granulations;* 3° formes *cellulaires* de volume très variable, parmi lesquelles des formes *pseudopodiques;* 4° formes *enkystées;* 5° formes *sarcodiques*.

» 1° Les *formes micrococciques ou microbiennes* existent dans toutes les tumeurs que nous avons examinées. Elles y sont les plus abondantes et parfois en nombre tel que chaque cellule en contient une et même plusieurs, jusqu'à quatre, six. Leur volume peut ne pas dépasser celui du plus petit microcoque, ou atteindre celui d'un

gros staphylocoque. Il existe autour de chacune d'elles une petite zone hyaline très réfringente, ressemblant exactement à la capsule qui entoure certains microbes. Parfois une même capsule peut contenir deux petits éléments, de sorte que la figure représente, à s'y tromper, un diplocoque encapsulé. Ces formes microbiennes à l'état frais se colorent facilement, sauf la capsule, qui demeure incolore.

» 2° Les *granulations* ont le même aspect que les formes microbiennes, mais leur volume est plus considérable. Elles sont formées par une petite masse ronde, homogène, brillante, entourée d'une zone hyaline qui peut prendre un très grand développement. Elles sont extrêmement nombreuses.

» 3° Les *formes cellulaires*. Nous les nommons ainsi à cause de leur ressemblance morphologique avec un élément cellulaire. Elles peuvent présenter une structure très complexe. Les plus simples sont formées par une masse homogène nucléée, entourée de sa zone hyaline. D'autres présentent une zone granuleuse au centre ou sur les bords de la masse homogène précédente augmentée de volume; certaines ont un noyau vésiculeux nucléolé et une masse protoplasmique divisée en trois, quatre et cinq zones concentriques d'apparence et de réactions variables. On peut observer des divisions nucléaires dans la masse protoplasmique, des divisions de la masse elle-même en segments nucléés, des divisions en *rosace*, en *marguerite*, ou bien de véritables *morulas*. Les formes *pseudopodiques* sont remarquables par l'étirement de leur protoplasma en prolongements qui peuvent atteindre une grande longueur.

» 4° Les *formes enkystées* sont constatables à l'état frais et sur des coupes. On trouve des kystes parfaits bien isolés, avec leur paroi à double contour remplie de protoplasma granuleux à noyau nucléolé, ou à protoplasma rétracté au centre en forme de sphère. Le kyste peut renfermer deux, quatre, six spores volumineuses ou un grand nombre de microspores.

» Nous avons observé des spores contenant deux *sporozoïtes* (corps en croissant) à gros noyau, enserrant une masse granuleuse de reliquat.

» 5° *Formes sarcodiques*. Dans certaines tumeurs, surtout dans les sarcomes, nous avons trouvé des masses volumineuses de protoplasma à bords pseudopodiques et renfermant des corps qui avaient toute la structure de spores. Ces spores étaient en nombre variable et à des degrés divers de développement dans l'intérieur de la masse sarcodique.

» Toutes ces formes existent dans les épithéliomes, les carcinomes et les sarcomes. Cependant, *les sarcomes contiennent surtout des formes microbiennes et des granulations;* dans certains, même, on ne trouve que ces dernières formes. Ces formes sont isolées ou au nombre de 2, 3, 4 dans une même capsule, comme s'il se faisait un très énergique processus de division directe.

» Ces cinq types d'éléments ont leur *siège*, soit dans le protoplasma de la cellule cancéreuse, soit dans le noyau (rare), soit dans l'intérieur de cellules conjonctives et de *cellules géantes* typiques, pour lesquelles on ne pouvait pas invoquer la coexistence d'une lésion tuberculeuse. Ces élé-

ments peuvent exister *dans les mailles du tissu conjonctif;* c'est ce qui a lieu surtout pour les sarcomes et, dans ce dernier cas, la zone hyaline a des bords irréguliers, arrondis, tandis que, pour les parasitaires intracellulaires, cette zone a une forme géométriquement ronde ou ovale. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Remarques sur les appendices de Bloch chez les Siluroïdes du genre* Aspredo. Note de M. **Léon Vaillant**, présentée par M. Émile Blanchard.

« Dans une collection de Poissons du Berbice river (Guyane anglaise), communiquée par le Musée de Leyde au laboratoire d'Ichtyologie du Muséum, se trouvait un exemplaire, en excellent état de conservation, d'un Siluroïde, l'*Aspredo tibicen* C. V., portant à la face ventrale ces appendices fungiformes observés par Bloch pour la première fois.

» M. Günther en faisant connaître un très beau spécimen d'une espèce voisine, l'*Aspredo batrachus* Linné, appartenant au British Museum, a émis l'hypothèse que ces singuliers organes ont pour but de protéger les œufs, lesquels seraient fixés à l'abdomen par suite d'une modification des couches superficielles de celui-ci, devenues spongieuses. L'examen de l'*Aspredo* du Musée de Leyde et de quelques autres spécimens appartenant à nos collections ne paraît pas favorable à cette manière de voir.

» On constate, en premier lieu, que le chapeau des appendices fungiformes, dans les exemplaires bien conservés, porte habituellement des débris membraneux qu'on reconnaît être des fragments de l'enveloppe des œufs, qui seraient donc fixés sur cet épatement et non entre les appendices.

» Ceux-ci, d'autre part, se développent d'abord sous la forme de cupules adhérentes à la peau, c'est-à-dire sessiles. Le pied cylindro-conique, allongé, ne se produit que plus tard. Enfin on trouve, à côté de ces cupules sessiles ou pédonculées, des tiges où l'épatement terminal est remplacé par un simple bouton sphérique très petit; elles représenteraient ces organes en voie de régression.

» L'étude histologique montre d'ailleurs que ces appendices sont une dépendance des téguments et en ont la constitution élémentaire, étant formés à leur partie centrale de fibres conjonctives, lesquelles se montrent d'autant plus serrées, d'autant plus intimement unies, qu'on se rapproche davantage de la surface libre recouverte par les éléments de l'épiderme, cette couche conjonctive représentant le derme.

» On est ainsi conduit à cette conclusion que les œufs se fixent au corps du parent en raison d'une faculté d'adhérence qui leur est propre, comme la chose a lieu, on le sait, chez bon nombre de Poissons. La chose est d'ailleurs mise hors de doute chez les Asprèdes par ce fait que les appendices de Bloch se rencontrent souvent sur la base du pédoncule caudal, sur les nageoires paires, ce qui ne peut évidemment s'expliquer dans l'hypothèse où la paroi abdominale modifiée serait cause efficiente de l'adhérence.

» L'œuf une fois fixé, les tissus sous-jacents se gonfleraient pour lui fournir la cupule d'abord sessile, plus tard pédonculée. A l'extrémité de l'appendice fungiforme restent, quelque temps après l'éclosion, les débris de la coquille; puis le chapeau se rétrécit en bouton, le pied lui-même se rétracte dans le tégument, qui reprend ainsi son aspect primitif.

» Ces observations montrent que ces appendices sont de véritables oophores et non simplement des appareils protecteurs de l'œuf; de plus, en ce qui concerne le fait, universellement admis, de leur existence temporaire, elles précisent la marche du phénomène, ce qui n'avait pu être indiqué jusqu'ici. Il serait désirable que des études, poursuivies sur les *Aspredo* vivants, fissent savoir si l'œuf éclôt sur les cupules encore sessiles, ce qui me paraît le plus probable, car c'était le cas pour beaucoup d'entre elles sur le sujet examiné, ou si le pédoncule peut se produire pendant l'évolution du petit, ce qui fixerait d'une manière plus certaine nos idées sur le mode de réintégration du tégument abdominal. »

ZOOLOGIE. — *Sur la place des Spongiaires dans la classification.* Note de M. Yves Delage, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Les caractères sur lesquels on fonde la distinction des groupes zoologiques ne portent point en eux la marque de leur valeur taxonomique. Aussi, toutes les fois que la valeur des caractères distinctifs de deux groupes voisins se rapproche de la limite conventionnelle, trouve-t-on les zoologistes divisés en deux camps, l'un proposant la fusion dans le même groupe, l'autre admettant la séparation en deux groupes distincts : c'est ce qui arrive pour les Éponges par rapport aux Cœlentérés. On est d'accord à considérer les premières comme différant des seconds, en particulier par la possession de choanocytes et la privation de cnidoblastes; mais sont-ce là des caractères de classe ou d'embranchement? Chacun tranche la ques-

tion suivant son goût, et l'accord ne se fait point, parce qu'il n'y a et il ne saurait y avoir de raison péremptoire en faveur de la supériorité de l'une ou de l'autre opinion. Porter la question sur le terrain phylogénétique est une tentative louable dans ses intentions, mais vaine dans ses résultats, parce qu'on ne sait pas, et l'on ne saura peut-être jamais, comment était construit l'ancêtre commun et comment ses descendants ont dérivé de lui. Mais, si l'on venait à découvrir entre les Spongiaires et les Cœlentérés des ressemblances ou des différences extrêmement importantes, la question serait résolue, parce que, sans être mieux en état de définir la limite indéfinissable entre les caractères de classe et ceux d'embranchement, on saurait qu'on est sûrement en deçà ou au delà de cette limite, étant donnée la valeur accordée, d'un consentement unanime, à ces divisions conventionnelles. Or une différence ayant la valeur requise existe entre les Spongiaires et, non seulement les Cœlentérés, mais tous les autres animaux : elle réside dans leur développement.

» Toutes les Éponges présentent à l'état larvaire deux sortes de cellules ([1]) : des cellules petites, hautes, prismatiques, claires, flagellées, au moyen desquelles elles se meuvent, et des cellules grosses, arrondies, granuleuses, dépourvues de flagellum. Chez les Éponges calcaires, les premières s'invaginent dans les secondes et forment ces sortes d'estomacs intérieurs que l'on appelle les *corbeilles vibratiles*, tandis que les autres forment l'épiderme : aussi avait-on considéré celles-ci comme ectodermiques, celles-là comme endodermiques. Chez les Siliceuses, au contraire, les plus nombreuses de beaucoup, on pensait que ces deux catégories de cellules, qui se retrouvent avec les mêmes caractères, se comportaient d'une manière exactement inverse, formant, les premières l'épiderme, les secondes les corbeilles.

» Dans des recherches publiées de 1890 à 1892, j'ai montré que cette différence n'était pas réelle, que l'on s'était mépris en ce qui concerne les Siliceuses, que chez elles comme chez les Calcaires, les cellules flagellées s'enfoncent dans le corps pour former les corbeilles, tandis que les granuleuses se portent vers la surface pour former l'épiderme et le revêtement des canaux. Ces faits, acceuillis d'abord avec incrédulité, ont été, l'un après

---

([1]) Il existe une petite exception, celle des *Oscarella* où il n'y a point de cellules granuleuses. Mais ce n'est pas là un fait contradictoire : c'est un cas de non-différenciation des feuillets de la larve, la différenciation se faisant plus tard sous l'influence de la situation réciproque des couches après la fixation.

l'autre, confirmés par les embryogénistes et, sauf des divergences de détail qui n'ont point d'influence sur la question actuelle, sont aujourd'hui admis sans conteste et devenus classiques.

» Je n'ai point, à l'époque où je les ai fait connaître, tiré leur conclusion naturelle, parce qu'il existait un groupe d'Éponges, les *Ascetta*, qui, présentant un développement inverse, imposaient une certaine prudence dans la généralisation. Mais un zoologiste anglais, M. Minchin, a récemment entrepris leur étude et, avec une rare perfection de preuves, a montré qu'on s'était trompé aussi au sujet des *Ascetta*, et que ces Éponges entrent dans la règle que j'ai établie pour les Siliceuses.

» Il est permis aujourd'hui de tirer la conclusion de ces travaux.

» Il n'est pas discutable que la couche des cellules flagellées ne soit l'équivalent morphologique du feuillet ectodermique de tous les autres animaux. On l'a de tout temps considéré comme ectodermique chez les Siliceuses ([1]). Si l'on ignorait le développement des éponges et que l'on présentât aux embryogénistes les larves de ces animaux en les priant de nommer les feuillets et de prédire leur évolution, *il n'en est pas un* qui ne dirait que les cellules flagellées sont l'ectoderme, que les granuleuses sont l'endoderme, et que celles-ci vont s'invaginer dans celles-là.

» L'homologation des feuillets larvaires est donc incontestable et il en résulte que *chez les Spongiaires, seuls parmi tous les êtres, l'invagination normale des feuillets est renversée, l'endoderme se portant à la surface pour former l'épiderme, et l'ectoderme s'enfonçant à l'intérieur pour former les cavités digestives*.

» C'est là, certes, une différence assez grande pour constituer un caractère d'embranchement. Je propose donc d'élever les Spongiaires au rang d'embranchement, en les opposant sous le nom d'*Enantioderma* (ἐναντίος, inverse) aux *Cœlenterata*, sinon même, sous celui d'*Enantiozoa*, à tous les autres animaux, *Protozoa, Mesozoa, Metazoa*, dont les feuillets, quand ils existent, s'invaginent dans le sens normal.

» Il y aurait bien des choses à ajouter pour éclaircir certains points et réfuter d'avance les objections possibles; mais ce qui précède me semble

---

([1]) Si, chez les Calcaires, on en a jugé autrement, c'est parce que, sachant que les cellules flagellées s'invaginent et croyant que c'était l'inverse chez les Siliceuses, on préférait, par une bien fausse appréciation des exigences scientifiques, croire que l'ectoderme s'était déguisé en endoderme et l'endoderme en ectoderme, plutôt que d'admettre un renversement dans le sens de l'invagination normale.

suffisamment légitimer mes conclusions et je réserve ce qui reste à dire pour un travail ultérieur. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *De l'influence des rayons X sur la germination.* Note de MM. **Maldiney** et **Thouvenin** [1], présentée par M. Gaston Bonnier.

« Nous avons soumis aux rayons X un certain nombre de graines, appartenant aux espèces suivantes : *Convolvulus arvensis, Lepidium sativum* et *Panicum miliaceum.*

» Dans chaque expérience, les graines étaient placées sur une bande de tricot de laine, recouverte d'une légère couche de terre maintenue constamment humide; entre le tube producteur des rayons X et les graines sur lesquelles devaient agir ces rayons, était interposée, pour détruire l'influence du champ électrique, une mince lame d'aluminium en communication avec le sol. En outre, pour que les graines témoins fussent exactement dans les mêmes conditions que les autres, sauf l'action des rayons X, elles ont été placées sur le même support au-dessous de la lame d'aluminium, mais soustraites à l'influence des rayons X au moyen d'une épaisse lame de plomb qui les protégeait entièrement. Ces dernières graines se trouvaient donc placées, autant que possible, dans les conditions normales de la végétation.

» Dans chacune des expériences, il y a eu trois graines soumises aux rayons X et trois graines témoins.

» Toutes les expériences ont été faites avec un tube de la maison Chabaud; l'intensité du courant était égale, en moyenne, à 8 ampères; le tube était éloigné des graines de $0^m,08$.

» Expérience I. — *Liseron.* — Les graines ont été mises en expérience le 1er septembre à 10^h du matin et exposées chaque jour, pendant une heure au moins, aux rayons X : le 3 septembre à 8^h du matin, elles avaient germé, et le 7 seulement apparaissaient les germes des graines témoins.

» Expérience II. — *Cresson alénois.* — Expérience commencée le 11 novembre à 3^h du soir, une heure de rayons X ; le 12, trois heures ; le 13, une heure : ce jour, à 4^h

(1) Ce travail a été fait au laboratoire de Physique de l'Université de Besançon. Pour plus de détails, voir la *Revue générale de Botanique,* dirigée par M. Gaston Bonnier, t. X, 1898.

du soir, les graines montrent leurs germes, et il faut attendre jusqu'au 17 novembre pour que les graines témoins germent à leur tour.

» Dans deux autres expériences commencées le 3 décembre avec des graines de Millet et de Liseron, les graines de Millet exposées aux rayons X commencent à germer, deux graines le 9 et la troisième le 10 décembre ; les graines de Liseron ont germé le 19.

» Les graines témoins de Millet n'ont germé que le 21 décembre, et celles de Liseron le 24 n'accusaient encore qu'un très léger gonflement.

» On pourrait peut-être nous objecter que les rayons X ont produit une élévation de température dans la terre soumise à leur action, et qu'alors il est tout naturel que les graines semées dans cette terre aient germé avant les graines témoins.

» Mais il n'en est rien : des expériences ayant été faites au moyen d'une paire d'aiguilles thermo-électriques reliées à un galvanomètre Thomson très sensible, aucune différence appréciable de température n'a pu être constatée entre la terre exposée pendant deux heures aux rayons X et celle qui ne l'était pas.

» Il semble donc qu'on peut conclure que les rayons X *hâtent la germination*, tout au moins pour les graines de Liseron, Cresson alénois et Millet.

» En outre, comme les jeunes plantules, au sortir de la graine, offraient la coloration jaune pâle habituelle, on peut en déduire que les rayons X paraissent sans influence pour hâter la formation de la chlorophylle des plantules en germination. »

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *La mélanose des mandarines.* Note de M. TRABUT, présentée par M. Guignard.

« Les mandarines sont souvent attaquées par la larve de la mouche *Ceratitis hispanica ;* mais elles présentent aussi une lésion qui a pu être confondue avec la piqûre de cet insecte. Cette lésion est caractérisée par une tache noire à l'extérieur, tache qui forme une dépression irrégulière due à l'atrophie des glandes.

» Quand on enlève la peau ainsi malade, on trouve à la face interne une tache verdâtre, qui s'étend sur le dos des tranches correspondantes ; cette tache a l'apparence du *Penicillum glaucum*. Les tranches ainsi tachées ont un goût très désagréable. Depuis longtemps j'avais noté cette altération ; mais ce n'est que récemment que j'ai pu trouver le parasite bien caractérisé.

» En dépouillant une mandarine tachée, j'ai découvert, à la loupe, des pycnides noires d'un *Septoria* au milieu des taches verdâtres. Ce *Septoria* est évidemment la cause du mal : il détermine la tache verte, pénètre dans le tissu aqueux de la tranche, y fait fermenter le sucre et l'acide citrique et produit le mauvais goût signalé, qui est une altération du parfum spécial à ce fruit.

» Ce *Septoria*, que je désignerai sous le nom de *S. glaucescens*, mérite une étude sérieuse, car il cause dans nos orangeries de vrais dégâts. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Recherche et dosage rapides du manganèse dans les plantes et les terres végétales par une méthode colorimétrique.* Note de M. P. **Pichard**. (Extrait.)

« Lorsque la terre renferme des quantités notables de manganèse, la fusion avec le carbonate alcalin donne une coloration verdâtre, caractéristique, et que confirme la couleur rosée qui se manifeste par l'addition seule d'acide nitrique.

» *Recherche du manganèse dans les terres végétales.* — La terre, séchée et pulvérisée finement, est incinérée, au rouge sombre, dans une petite capsule de platine, puis calcinée avec du carbonate de soude ou de potasse desséché et pulvérisé. On opère sur $0^{gr},5$ ou 1^{gr} de terre, suivant que la coloration est plus ou moins foncée après l'incinération; on mélange intimement 2 parties de carbonate alcalin. On détache la masse vitreuse ou opaque qui s'est produite, en ajoutant un peu d'eau acidulée d'acide azotique. On introduit le tout dans un tube d'essai; on ajoute $0^{gr},5$ environ de minium ou de bioxyde puce de plomb. On verse 4^{cc} d'eau, puis 2^{cc} d'acide azotique pur. On chauffe à l'ébullition, sur une lampe à alcool, de manière à réduire le volume liquide à moitié. On laisse déposer les matières insolubles. La liqueur qui surnage est rosée, si la terre renferme des traces de manganèse.

» *Recherche du manganèse dans les matières organiques.* — La matière organique est desséchée, puis moulue finement, incinérée, calcinée avec le carbonate alcalin et traitée comme il a été dit pour la terre végétale. L'incinération doit se faire à une température peu élevée, pour éviter la fusion des cendres qui rendrait l'opération plus longue. Quelques décigrammes de cendres suffiront pour l'essai. La calcination avec le carbonate alcalin se fera au rouge vif.

» *Dosage du manganèse.* — Le principe consiste à transformer le manganèse en permanganate dissous dans un liquide qu'il colore en rose, et à comparer la teinte de la liqueur avec celle d'une liqueur type renfermant un poids connu de manganèse. Les liquides sont placés dans des tubes ou éprouvettes graduées, de même calibre, et additionnés d'eau distillée jusqu'à égalité de teintes. »

GÉOLOGIE. — *Sur le poudingue de l'Amône dans le val Ferret suisse.* Note de MM. **L. Duparc** et **F. Pearce**, présentée par M. Fouqué.

« Parmi les formations sédimentaires qui, dans le val Ferret suisse, sont plaquées contre les parois abruptes de porphyres quartzifères qui flanquent la protogine, on trouve un poudingue curieux déjà vu et cité par Favre (¹) et Gerlach (²), et dont nous-mêmes avons fait récemment une étude détaillée.

» Ce conglomérat paraît être absolument sporadique. Nous ne l'avons rencontré qu'à l'Amône et à la Maya; cependant, il n'est pas impossible qu'il soit plus étendu, mais alors supprimé par étirement.

» A la Maya, la position stratigraphique de ce poudingue est facile à établir par une coupe faite dans les ravins creusés dans le revêtement sédimentaire par les torrents qui descendent du glacier du mont Dolent. Il repose directement sur les porphyres, et il est surmonté par des schistes argileux noirs, qui ne font, généralement, pas effervescence avec l'acide chlorhydrique. Ces derniers sont un horizon très constant de la bordure sédimentaire du val Ferret; on y a, paraît-il, trouvé des Bélemnites (³); en tous cas, ils sont absolument semblables à ceux décrits par M. Ritter (⁴) comme étant à la base du Lias. En d'autres endroits, les mêmes schistes reposent sur des quartzites triasiques.

» A l'Amône, le conglomérat, de faible épaisseur, repose également sur le porphyre; on en trouve de nombreux blocs dans les éboulis. En place, on ne peut guère le voir qu'en lambeaux dans le voisinage des galeries qui desservaient jadis les anciennes mines de pyrite. A l'endroit même où on l'observe, il supporte des calcaires spathiques et pyriteux, dans lesquels Greppin a trouvé une faune bajocienne; mais il est vraisemblable que les

---

(¹) Favre, *Recherches géologiques dans les parties de la Savoie, du Piémont et de la Suisse, voisines du mont Blanc,* Vol. III.

(²) Gerlach, *Das Sudwestliche Wallis. Beiträge zur geologischen Karte der Schweitz,* 9ᵉ livraison.

(³) Graeff, *Geologische und petrographische Studien in der Mont-Blanc Gruppe* (*Berichte der Naturforschenden Gesellschaft;* Freiburg i. B., Vol. IX).

(⁴) Ritter, *La bordure sud-ouest du mont Blanc* (*Bulletin des Services de la Carte géologique de France,* n° 60, t. IX; 1897).

schistes noirs de la Maya sont ici localement supprimés. En effet, on trouve des débris de ces mêmes schistes dans les éboulis, et ceux-ci paraissent provenir d'un point inaccessible situé plus haut dans la paroi; ces schistes supporteraient alors les calcaires spathiques à Échinodermes.

» Le conglomérat renferme en abondance des galets parfaitement arrondis, dont la grosseur peut atteindre celle de la tête. Les roches qui forment ces galets appartiennent aux différents types suivants :

» 1° Des porphyres quartzifères (microgranulites, micropegmatites, porphyres globulaires) identiques à ceux que l'on trouve en place dans les parois qui dominent le val Ferret;

» 2° Des protogines et des granulites, plus rares déjà, ayant tous les caractères des mêmes roches en place du versant sud-est du massif du mont Blanc;

» 3° Des amphibolites feldspathisées (pseudosyénites, pseudodiorites), parfaitement semblables à celles que l'on trouve encore aujourd'hui en place et dans les éboulis des parois de la Maya et des Six Nieirs;

» 4° Des cailloux calcaires.

» Le ciment, qui fait corps intime avec les cailloux, se montre, sous le microscope, formé d'une quantité de très petits galets de porphyre, de plages minuscules de granit et de grains arrondis de quartz et de feldspath; le tout aggloméré par des grains de calcite et par des plages de fluorine. Ce dernier minéral présente parfois de jolies sections carrées à clivages octaédriques, et renferme de nombreuses inclusions. Cette fluorine a été mise en évidence par la méthode de Becke; en utilisant des contacts favorables avec des grains de quartz, l'indice en a été trouvé toujours inférieur à n_p du quartz. Le fluor a été d'ailleurs mis en évidence par les méthodes analytiques ordinaires.

» A notre avis, ce conglomérat doit être rapporté à l'Infralias; nous ne l'avons jamais vu, il est vrai, reposer sur le Trias, mais nous savons qu'il est nettement inférieur aux schistes noirs que l'on considère comme la base du Lias. Ce poudingue nous paraît comparable aux grès singuliers du col du Bonhomme et aux conglomérats qui les accompagnent. Or, l'âge infraliasique de ces derniers a été établi par des fossiles, comme aussi par leur position stratigraphique entre le Trias supérieur et les schistes du Lias inférieur. C'est probablement aussi à la même époque qu'il faut rattacher le conglomérat sporadique de la montagne de la Saxe, intercalé lui aussi entre le Trias et le Lias, et qui renferme également des cailloux de granit associés à des fragments de calcaires dolomitiques.

» Il résulterait de ces considérations qu'à l'époque de l'Infralias le relief du massif du mont Blanc était assez accusé pour permettre la formation de dépôts côtiers, qui lui ont emprunté leurs éléments. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la formation d'anhydrite par calcination du gypse à haute température*. Note de M. A. **Lacroix**, présentée par M. Michel Lévy.

« Dans une récente Communication (¹), j'ai montré que le gypse, chauffé à une température relativement basse, se transforme, en perdant son eau, en un sulfate anhydre de calcium, différant de l'*anhydrite* par ses propriétés cristallographiques et physiques. Dans quelques expériences, effectuées en commençant la déshydratation vers 80° C. et en chauffant ensuite lentement jusqu'à 125°, j'avais obtenu en outre de petites quantités d'un produit hexagonal. De nouvelles expériences, en cours d'exécution, montrent que ce sulfate hexagonal est, lui aussi, anhydre; il se forme encore en même temps que le sulfate triclinique quand on porte immédiatement le gypse à une température de 255° C. et il est alors plus abondant que dans les expériences précédentes, mais je n'ai pu arriver à le préparer seul et à déterminer exactement les conditions de sa formation.

» J'ai cherché à transformer ces deux nouveaux sulfates en anhydrite. Au rouge naissant, ils ne se modifient pas; mais, à partir du rouge cerise, les lames de clivages du gypse déshydraté deviennent moins mates, elles se gondolent et se mettent en poudre cristalline sous la pression du doigt ou par immersion dans l'eau. L'examen d'une lame mince fait voir que le produit a subi un changement d'état : il est entièrement transformé en *anhydrite;* mais, à l'inverse de ce qui s'observe avec les sulfates précédents, cette anhydrite n'est pas orientée sur le gypse primitif : elle constitue une mosaïque de grains xénomorphes, sur lesquels il est facile d'étudier toutes les propriétés optiques caractéristiques de ce minéral.

» Quand le chauffage a eu lieu à l'aide d'une trompe, et que la température a été poussée au voisinage de la température de fusion de l'anhydrite, sans l'atteindre toutefois, le gypse primitif conserve sa forme, les grains d'anhydrite qui le constituent sont de grande taille et riches en inclusions gazeuses; celles-ci sont d'ordinaire disposées parallèlement à l'axe vertical

---

(¹) *Comptes rendus*, 24 janvier 1898.

du gypse [trace du clivage $h^1(100)$], quelle que soit du reste l'orientation des cristaux d'anhydrite qui les renferment.

» Enfin, si la température est portée plus haut, l'anhydrite fond et recristallise en grandes lames ([1]), même par un rapide refroidissement.

» L'anhydrite étant relativement peu soluble dans l'eau, on comprend maintenant pourquoi le plâtre cuit à température trop élevée ne fait prise qu'avec une extrême lenteur ou même ne fait pas prise du tout.

» Quand on place dans l'eau un cristal du gypse transformé en sulfate anhydre triclinique, celui-ci s'hydrate rapidement. Le gypse ainsi formé est cristallisé sous forme de petites aiguilles dont l'allongement est parfois parallèle à l'axe vertical du cristal de gypse primitif : il se présente aussi en groupements sphérolitiques. »

GÉOLOGIE. — *Sur l'origine des nappes de recouvrement de la région de l'Ubaye.* Note de MM. **W. Kilian** et **E. Haug**, présentée par M. Michel Lévy.

« Nous avons établi, dans une série de Notes ([2]), l'existence de masses de recouvrement dans une partie du bassin de la haute Durance et, en particulier, dans les montagnes qui avoisinent l'Ubaye.

» L'étude de ces lambeaux, qui reposent sur un *substratum* plissé et qui forment, des environs du col de Pelouze, limitrophe des Alpes-Maritimes, à la montagne de Piolit, près de Gap ([3]), en passant par les Siolanes et le Morgon, une suite grandiose de massifs *exotiques*, nous a conduits à distinguer, parmi eux, les témoins de *plusieurs nappes* charriées distinctes et de faciès différent.

([1]) La barytine ($BaSO^4$) et la célestite ($SrSO^4$) recristallisent de la même façon avec grande facilité.

([2]) *Comptes rendus Soc. de Stat. de l'Isère*, 14 novembre 1892. — *Comptes rendus*, 31 décembre 1894. — *Esquisse de la structure géologique des environs de Barcelonnette* (*Basses-Alpes*) (*Annales de l'Université de Grenoble*, 1895). — *Comptes rendus Collab. Serv. Carte géol. de France*, n° 33, p, 122 (1893-94). — *Comptes rendus Collab. Serv. Carte géol. de France*, n° 53, p. 175 (1896). — *Notice géologique sur la vallée de Barcelonnette* [in *Notices sur la haute vallée de l'Ubaye* (avec une Carte schématique) publiées par la Soc. botanique de France, 1897].

([3]) Haug, *Excursion géologique dans la haute vallée du Drac* (*Comptes rendus Séances Soc. géol. de France*, 5 novembre 1894).

» Il nous a été possible de rattacher l'une d'elles, la nappe inférieure de l'Ubaye, à une bande anticlinale qui, de Jausiers au col de Famouras, représente, un peu en arrière des lambeaux de recouvrement, la racine d'une partie de ces lambeaux.

» Mais les plus importantes des masses exotiques, celles de l'Olan, des Siolanes, du Morgon, par exemple, constituant la nappe supérieure de l'Ubaye et caractérisées par le faciès spécial qui affecte le Malm (calcaires blancs récifaux, passant à des calcaires roses bréchoïdes et amygdalaires identiques au *marbre de Guillestre*), ainsi que le Nummulitique (calcaires et grès à *Numm. perforata*), ne peuvent être raisonnablement considérées comme émanées des anticlinaux voisins, et, depuis longtemps déjà, nous avons reconnu leur origine plus lointaine.

» Frappés, d'une part, de l'étrange et profonde dissemblance qu'offrent les terrains constituant ces masses charriées avec les couches de même âge qui forment leur soubassement, et guidés, d'autre part, par la présence du faciès bréchoïde à teinte rosée dans certaines parties de ces lambeaux de recouvrement [Siolanes, Revel (passage de la brèche rose aux calcaires blancs [1]), Chabrières], nous avons fait porter cette année nos recherches sur la région de Montdauphin-Guillestre, où les calcaires roses amygdalaires du Jurassique supérieur forment des affleurements encore *in situ*, bien connus et décrits par Ch. Lory.

» Notre but était de retrouver dans ces parages l'origine de la nappe supérieure de recouvrement de l'Ubaye, dont les fragments de charnières, observables en plusieurs points (notamment à l'Olan), semblent indiquer qu'elle provient du nord-est.

» Cette étude nous a montré que les plis de la bordure orientale du Pelvoux se continuent au sud-ouest de Ville-Vallouise par Freyssinières, Champcella et Réotier, en se *déversant* vers l'ouest-sud-ouest, au point de fournir en avant d'eux des lambeaux de recouvrement (col de Tramouillon) sur le front desquels le Flysch présente des contournements (la Vautisse 3162^{m}). Ces mêmes plis, jalonnés par des bandes anticlinales de terrain houiller et de quartzites et déviant vers le sud-est, franchissent la Durance près du Plan-de-Phazy (noyau anticlinal granitique), toujours déversés vers l'Embrunais; puis ils se poursuivent sous forme de minces lames anticlinales, disparaissant parfois au milieu des puissants empilements isoclinaux du Flysch, entre la Durance et l'Ubayette. Le faciès du

(1) Voir W. Kilian, *Comptes rendus*, 21 octobre 1889.

Jurassique supérieur, *calcaires* roses amygdalaires, avec *noyaux de calcaire récifal*, celui du Lias (brèche à rognons de silex) rappellent en maint endroit de cette contrée le faciès des masses exotiques de l'Ubaye (Siolane ronde); toutefois nulle part les grandes masses de calcaires récifaux du Malm et les couches à grandes Nummulites n'ont pu être observées jusqu'à présent. Les anticlinaux de Champcella-Réotier font partie d'un faisceau de plis déversés vers l'ouest, qui comprend également les épais dépôts de Flysch, de Saint-Clément et de Châteauroux, au milieu desquels se montre encore, près de ce dernier village, une lame anticlinale étirée de calcaires triasiques.

» Les plis est-ouest signalés sur le bord méridional du massif du Pelvoux par M. Termier jusque dans le voisinage de Dourmillouze, viennent probablement s'infléchir vers le sud-sud-ouest, parallèlement aux précédents (le massif du Pelvoux se terminant en amygdaloïde, ainsi que l'a indiqué notre confrère), puis se couchent, eux aussi, vers le sud-ouest.

» C'est au faisceau ainsi formé, et à sa continuation vers le sud-est, que nous attribuons la nappe supérieure de charriage de l'Ubaye; l'étude de ce faisceau présente une très grande importance, car c'est à lui seul que peuvent être rapportées les grandes masses exotiques, et cela pour les raisons suivantes :

» *a*. Les plis situés immédiatement à l'est (environs de Guillestre, Escreins, Serenne, Meyronnes) sont déversés *vers l'Italie* et n'ont pu, par conséquent, fournir des masses charriées vers le sud et le sud-ouest, c'est-à-dire *en arrière d'eux*;

» *b*. Les masses exotiques en question ne peuvent être venues de l'ouest, du sud-ouest ou du sud, le faciès des dépôts en place étant *absolument* différent dans ces directions à une grande distance;

» *c*. Il existe, il est vrai, dans les environs de Nice, des calcaires blancs jurassiques et des couches à grandes Nummulites, fort analogues à celles de nos masses exotiques, mais l'éloignement de cette région et la structure des contrées intermédiaires ([1]) suffisent pour écarter l'hypothèse d'un rapport tectonique quelconque entre les recouvrements de l'Ubaye et les formations du littoral.

» Il est donc très probable que la nappe supérieure de recouvrement de l'Ubaye provient bien des anticlinaux appartenant au faisceau de Réotier, et actuellement laminés au milieu du Flysch qui continue cette zone vers

([1]) Décrites récemment en détail par M. L. Bertrand.

Tournoux, Larche et l'Italie. Une suite de dépôts récifaux pendant la période du Malm, un petit géosynclinal à grandes Nummulites pendant l'Éocène, puis de puissants dépôts de Flysch auraient caractérisé cette zone aujourd'hui fortement réduite en largeur par l'acuité des phénomènes de plissement qui lui ont donné sa structure isoclinale. Quant à l'étendue du recouvrement elle devait dépasser 30^{km}.

» En arrière du faisceau de Réotier, une ligne passant par St Crépin, Guillestre, Ste Marie-de-Vars, St Paul et Larche, jalonne un synclinal de part et d'autre duquel le déversement des plis a lieu en sens inverse. Cette ligne n'est pas, ainsi que l'un de nous l'a déjà montré (1), la continuation de l'axe de l'éventail houiller de la Savoie, qu'elle relaye, pour ainsi dire, au point de vue de la symétrie, car cet axe passe par le haut de la vallée de Névache, le col de Granon, Briançon, et laisse à l'ouest le massif de Pierre-Eyraut pour se diriger vers les massifs de Béal-Traversier et de la Purfande, c'est-à-dire bien à l'est du synclinal de Guillestre. »

GÉOLOGIE. — *Sur quelques phénomènes d'érosion et de corrosion fluviales.* Note de M. **Jean Brunhes**, présentée par M. de Lapparent.

« Un peu en amont de Fribourg (Suisse), au sommet d'un des nombreux méandres de la Sarine, on a construit, de 1870 à 1872, un barrage et créé une chute d'eau dont la force est aujourd'hui exploitée par une usine électrique : c'est le barrage de la Maigrange. On a creusé à la même époque, à travers le promontoire de mollasse qui formait la rive convexe du méandre, un canal de décharge, long de plus de 100^m, très légèrement incliné, et qui se termine par une chute de 9^m. Ce canal est relativement étroit par rapport à la surface du réservoir; les eaux y atteignent souvent la hauteur de 1^m; lors de la crue exceptionnelle du 3 octobre 1888, elles se sont élevées au-dessus de 4^m. Enfin ce canal, dont l'ouverture est de 55^m, va se rétrécissant et n'a que 28^m dans sa partie centrale; on comprend aisément qu'il s'y produise de très nombreux tourbillons.

» Or la mollasse du fond, homogène et tendre, est admirablement faite pour subir toutes les actions d'érosion et de corrosion (2). Au mois

(1) W. Kilian, *Notes sur l'histoire et la structure des chaînes alpines de la Maurienne, etc.* (*Bull. Soc. géol. de France,* 3e série, tome XIX, p. 646; 1891-1892).

(2) En ce qui concerne les actions d'érosion et de corrosion fluviales, j'adopte la

de novembre 1897, une sécheresse exceptionnelle ayant mis à découvert le fond du canal durant une semaine, j'ai pu en étudier de près toutes les formes, qui ont exigé, pour leur formation, le maximum d'un quart de siècle.

» *Écailles.* — Dans la partie supérieure droite, j'ai constaté de grandes écailles demi-circulaires, où les feuillets des couches de la mollasse ont été relevés par l'eau de telle manière qu'ils paraissent indiquer une forte inclinaison des couches; en réalité, tandis que les strates ont en cet endroit un plongement est-ouest d'ailleurs très léger, les feuillets des rebords des écailles se trouvent soulevés indistinctement dans toutes les directions : ces formes sont en relation directe avec les courants circulaires que dessinent les eaux, lorsque, dans la partie large du canal, elles vont battre contre la paroi de l'île, pour pénétrer dans la partie plus resserrée du couloir.

» La plus grande de ces écailles est formée de deux écailles qui se font suite et qui se tiennent sur une longueur de $3^m,10$; le rayon de la plus petite a $1^m,05$; celui de la plus grande, $1^m,30$. Entre la partie supérieure du rebord et le centre, la différence de niveau est de $0^m,12$; entre la partie supérieure du rebord et son pied, elle est de $0^m,095$.

» *Marmites.* — Le fond du lit, surtout au delà du resserrement, est semé de marmites fluviales : j'en ai vidé, mesuré, étudié et photographié un grand nombre. Je résumerai seulement ici mes remarques.

» Les parois ne sont pas verticales; le bord supérieur de la cavité surplombe ordinairement. L'exemple le plus frappant est celui de deux marmites qui, en s'approfondissant, se sont rejointes, le vestige de l'ancienne cloison ne subsistant qu'à la partie supérieure sous la forme d'une langue de mollasse de $0^m,15$ de longueur. Rien ne met mieux en évidence le fait suivant : si l'eau est la cause de ces formations, elle n'est pas elle-même l'instrument d'érosion; elle *corrode* à l'aide de la mitraille de galets et de sables qu'elle transporte, et son action, si forte sur toutes les parties avec lesquelles les matériaux sont en contact, est très lente ou insignifiante sur les bords supérieurs.

» Les fonds des marmites affectent deux formes principales, reconnues et décrites par G.-K. Gilbert, dès 1875 (*Wheeler's Report*, p. 73) : le fond des unes est tout simplement concave; les autres se terminent par une

---

distinction qu'établit A. Penck (*Morphologie der Erdoberfläche*, t. I, p. 311 et suiv.; Stuttgart, 1894).

saillie de forme conique, entourée par une dépression annulaire; dans ce dernier cas, les différents points qui marquent le fond de la dépression ne sont jamais sur un même plan horizontal; la courbe est spiraliforme. Or ces deux types n'en forment qu'un seul et répondent à deux stades de la formation :

» *a*. Lorqu'une marmite se termine par un petit cône surbaissé, elle doit être regardée comme inachevée : le tourbillon s'est arrêté en plein travail, interrompu qu'il a été, soit par une baisse rapide des eaux, soit par une invasion trop rapide de galets ou de sables qui l'a brusquement paralysé. Tant qu'une marmite est en formation, on reconnaît sur le fond les effets des spirales du tourbillon.

» *b*. Lorsqu'une marmite se termine par un fond concave, c'est qu'elle est achevée ou près de l'être. Une marmite s'achève parce que, le tourbillon demeurant constant, le rayon de giration se réduit de plus en plus avec la profondeur, et parce qu'il arrive un moment où la force centrifuge à l'extrémité inférieure est annihilée : ce moment, d'ailleurs, est souvent hâté par l'accumulation progressive des matériaux dans la marmite, qui meurt ainsi de pléthore et qui ne peut rentrer dans la période d'activité que sous l'action d'un tourbillon plus vigoureux.

» Cette reprise de l'activité n'est d'ailleurs pas un cas exceptionnel, et j'en ai constaté des exemples caractéristiques. Dans l'un d'eux, le premier stade avait donné une marmite qui s'était arrêtée au point où le mouvement giratoire était contrarié par la présence d'un caillou de la mollasse; le deuxième étage a été créé par un second tourbillon, nettement distinct du premier, et de rayon beaucoup plus court.

» Ainsi, dans bien des cas, la marmite adulte paraît s'être formée non en une seule fois, mais par intermittences, en rapport avec les variations de l'activité des tourbillons.

» Quelle que soit cette activité, il y a une limite d'action que les tourbillons ne dépassent pas, de même que l'action érosive des cours d'eau sur le fond a comme limite leur profil d'équilibre.

» La forme-limite perd de plus en plus ces traits distinctifs du premier âge, que la mollasse de la Sarine, tendre et plastique, révèle avec une netteté exceptionnelle; la forme vieille est cylindrique comme un sac et le fond est d'une concavité qui se rapproche plus ou moins de l'horizontalité; bref, les vestiges spiraliformes s'oblitèrent de plus en plus: c'est pourquoi dans les régions où ces phénomènes sont de très ancienne date, spéciale-

ment là où ils remontent à la période de la grande extension des glaciers, la forme oblitérée ou vieillie est prédominante.

» De toutes les marmites du canal de décharge, la plus grande est elliptique et a les dimensions suivantes : diamètres SE-NW = $0^m,535$ et NE-SW = $0^m,742$; profondeur = $1^m,21$. Dans une échelle à poissons voisine, aujourd'hui en partie démolie, et qui avait été achevée seulement en 1880, j'ai mesuré une marmite en forme de sac étroit, de 1^m de diamètre et où la distance de l'orifice à la partie supérieure du remplissage de galets était de $3^m,27$.

» La présente Communication est surtout déterminée par une double considération : 1° il est rare que le lit d'un rapide, ayant des dimensions et un débit analogues à ceux du canal de décharge de la Maigrange, et d'autre part établi sur une roche aussi modelable que la mollasse marine, puisse être commodément étudié ; 2° il est rare qu'on puisse attribuer à des phénomènes naturels de cet ordre un âge exact et indiscutable. »

M. **L. Mayou** adresse une Note relative à la grande pyramide d'Égypte, considérée comme ayant été, à son origine, un monument géodésique.

(Cette Note sera soumise à l'examen de M. Faye.)

M. **d'Ocagne** adresse une nouvelle Note intitulée : « Application aux équations à trois et à quatre variables, de la méthode nomographique la plus générale, résultant de la position relative de deux plans superposés. »

M. **P. Valerio** adresse une Note « Sur la loi des erreurs d'observation. »

La séance est levée à 4 heures.

J. B.